

УДК 539. 391+514. 764.2

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНО РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ЗАМКНУТОЙ НУЛЬ-СТРУНЫ

*Леяков А. П., Усачев А. С., Бабаджан Р. А.*

*Таврический национальный университет имени В. И. Вернадского, проспект Вернадского, 4,  
Симферополь 95007, Украина  
E-mail: [lelyakov@crimea.edu](mailto:lelyakov@crimea.edu)*

В работе предложен общий вид распределения потенциала вещественного безмассового скалярного поля для «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся в плоскости  $z = 0$ . Найдены условия на потенциал скалярного поля, при которых, в пределе сжатия в одномерный объект, компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны движущейся по той же траектории.

**Ключевые слова:** нуль-струна, скалярное поле, космология.

**PACS:** 98.80.  $\pm k$

### ВВЕДЕНИЕ

Теория струн является одним из перспективных направлений в развитии современной физики, поскольку, по крайней мере, принципиально дает возможность разрешить противоречия между квантовой механикой и общей теорией относительности. В настоящее время успешно развивается идея струнной голографии, согласно которой квантовая теория поля на р-бране может быть эквивалентна теории струн в полном многомерном пространстве-времени. Более того, в классическом пределе теории струн возникает обобщенная теория гравитации (супергравитация), в рамках которой можно воспроизводить существенно квантовые результаты теории поля на р-бране классическим образом [1, 2].

Следствия теории струн, позволяют понять физические процессы на самых ранних этапах зарождения Вселенной и могут дать ответ на вопрос, почему она возникла, и что ждет ее впереди? Однако невозможно представить себе изучение эволюции Вселенной без изучения свойств составляющих ее элементов. Именно поэтому данная работа посвящена изучению нуль-струн, являющихся неотъемлемой частью как теории струн, так и Вселенной в целом [3].

Целью работы является:

- Построение общего выражения функции распределения потенциала вещественного безмассового скалярного поля для «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся в плоскости  $z = 0$ .
- Поиск условий на потенциал скалярного поля, при которых, в пределе сжатия в одномерный объект, компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны движущейся по той же траектории.

Компоненты тензора энергии-импульса для нуль-струны имеют вид [4]:

$$T^{mm} \sqrt{-g} = \gamma \int d\tau d\sigma \alpha_{,\tau}^m \alpha_{,\tau}^n \delta^4(x^l - x^l(\tau, \sigma)), \quad (1)$$

где индексы  $m, n, l$  принимают значения 0,1,2,3, функции  $x^m = x^m(\tau, \sigma)$  определяют траекторию движения нуль-струны,  $\tau$  и  $\sigma$  – параметры на мировой поверхности нуль-струны  $\alpha_{,\tau}^m = \partial x^m / \partial \tau$ ,  $g = |g_{mn}|$ ,  $g_{mn}$  – метрический тензор внешнего пространства,  $\gamma = const$ . В цилиндрической системе координат  $x^0 = t$ ,  $x^1 = \rho$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = z$ , функции  $x^m(\tau, \sigma)$ , определяющие траекторию движения замкнутой нуль-струны, радиально расширяющейся в плоскости  $z = 0$ , имеют следующий вид:

$$t = \tau, \quad \rho = \tau, \quad \theta = \sigma, \quad z = 0, \quad \tau \in [0, +\infty). \quad (2)$$

Используя симметрии траектории (2), общее выражение квадратичной формы, описывающее рассматриваемое движение нуль-струны, может быть представлено в виде

$$dS^2 = e^{2\nu} (dt)^2 - A(d\rho)^2 - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2, \quad (3)$$

где  $\nu, \mu, A, B$  – функции переменных  $t, \rho, z$ . Поскольку траектория (2) должна быть одним из решений уравнений движения нуль-струны, то можно получить дополнительные условия на метрические функции, при которых траектория движения нуль-струны, задаваемое равенствами (2), остается неизменной. Движение нуль-струны в псевдоримановом пространстве определяется следующей системой уравнений [3]:

$$\alpha_{,\tau\tau}^m + \Gamma_{pq}^m \alpha_{,\tau}^p \alpha_{,\tau}^q = 0, \quad (4)$$

$$g_{mn} \alpha_{,\tau}^m \alpha_{,\tau}^n = 0, \quad g_{mn} \alpha_{,\tau}^m \alpha_{,\sigma}^n = 0, \quad (5)$$

где  $\Gamma_{pq}^m$  – символы Кристоффеля. Первое уравнение из (5) для (2) имеет вид  $e^{2\nu} - A = 0$ , откуда

$$e^{2\nu} = A, \quad (6)$$

а оставшиеся уравнения (4), (5) для (2), (3) при условии (6), приводятся к единственному уравнению  $v_{,\rho} + v_{,\tau} = 0$ , откуда

$$v = v(\eta, z), \quad (7)$$

где  $\eta = t - \rho$ . Анализ системы уравнений Эйнштейна для квадратичной формы (3), при условиях (6), (7), позволяет доопределить функциональную зависимость метрических функций, а именно:

$$\mu = \mu(\eta, z), \quad B = B(\eta, z), \quad (8)$$

при этом сама система Эйнштейна может быть представлена в виде

$$-\mu_{,\eta\eta} - \frac{B_{,\eta\eta}}{2B} - (\mu_{,\eta})^2 + \left(\frac{B_{,\eta}}{2B}\right)^2 + 2v_{,\eta} \left(\mu_{,\eta} + \frac{B_{,\eta}}{2B}\right) = \chi\gamma \frac{e^{2\nu-\mu}}{\sqrt{B}} \delta(\eta) \delta(z), \quad (9)$$

$$v_{,zz} + \frac{B_{,zz}}{2B} + (v_{,z})^2 - \left(\frac{B_{,z}}{2B}\right)^2 - \mu_{,z} v_{,z} - \frac{B_{,z}}{2B} (\mu_{,z} - v_{,z}) = 0, \quad (10)$$

$$\frac{B_{,\eta z}}{B} + 2v_{,\eta z} - \frac{1}{2} \frac{B_{,\eta}}{B} \frac{B_{,z}}{B} - \frac{B_{,\eta}}{B} v_{,z} - \frac{B_{,z}}{B} \mu_{,\eta} - 2\mu_{,\eta} v_{,z} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{B}{e^{2\mu}} (2v_{,zz} + 3(v_{,z})^2 - 2v_{,z} \mu_{,z}) = 0, \quad (v_{,z})^2 + v_{,z} \frac{B_{,z}}{B} = 0. \quad (12)$$

Для (6) – (8) получаем следующее выражение квадратичной формы (3)

$$dS^2 = e^{2\nu} ((dt)^2 - (d\rho)^2) - B(d\theta)^2 - e^{2\mu} (dz)^2, \quad (13)$$

где  $\nu, \mu, B$  – функции переменных  $\eta, z$ .

В дальнейшем, используя результат работы [5], будем рассматривать компоненты нуль-струнного тензора энергии-импульса как предел «размазанного» распределения, в качестве которого выберем вещественное безмассовое скалярное поле, поскольку в решаемой задаче мы рассматриваем скалярный нуль-объект.

### 1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА ДЛЯ «РАЗМАЗАННОЙ» ЗАДАЧИ

Тензор энергии-импульса для вещественного безмассового скалярного поля имеет следующий вид

$$T_{\alpha\beta} = \varphi_{,\alpha} \varphi_{,\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} L, \quad (14)$$

где  $L = g^{\alpha\beta} \varphi_{,\alpha} \varphi_{,\beta}$ ,  $\varphi_{,\alpha} = \partial\varphi / \partial x^\alpha$ ,  $\varphi$ -потенциал скалярного поля, индексы  $\alpha, \beta$  принимают значения 0,1,2,3. Для самосогласованности уравнений Эйнштейна построенных для (13), (14), будем требовать

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}(\eta, z) \rightarrow \varphi = \varphi(\eta, z). \quad (15)$$

Расписывая (14) для (13), (15), находим

$$\begin{aligned} T_{00} &= (\varphi_{,\eta})^2 + \frac{e^{2(\nu-\mu)}}{2} (\varphi_{,z})^2, \quad T_{11} = (\varphi_{,\eta})^2 - \frac{e^{2(\nu-\mu)}}{2} (\varphi_{,z})^2, \\ T_{22} &= -\frac{B e^{-2\mu}}{2} (\varphi_{,z})^2, \quad T_{33} = \frac{1}{2} (\varphi_{,z})^2, \quad T_{01} = -(\varphi_{,\eta})^2, \quad T_{03} = -T_{13} = \varphi_{,\eta} \varphi_{,z}. \end{aligned} \quad (16)$$

Система уравнений Эйнштейна для (13), (16) может быть представлена в следующем виде

$$2v_{,\eta} \mu_{,\eta} + 2v_{,\eta} \frac{B_{,\eta}}{2B} - \mu_{,\eta\eta} - (\mu_{,\eta})^2 - \frac{B_{,\eta\eta}}{2B} + \left(\frac{B_{,\eta}}{2B}\right)^2 = \chi(\varphi_{,\eta})^2, \quad (17)$$

$$v_{,zz} + \frac{B_{,zz}}{2B} + (v_{,z})^2 - \left(\frac{B_{,z}}{2B}\right)^2 - v_{,z} \mu_{,z} - \frac{B_{,z}}{2B} (\mu_{,z} - v_{,z}) = -\frac{1}{2} \chi(\varphi_{,z})^2, \quad (18)$$

$$\frac{-B_{,\eta z}}{B} - 2v_{,\eta z} + \frac{1}{2} \frac{B_{,z}}{B} \frac{B_{,\eta}}{B} + \frac{B_{,\eta}}{B} v_{,z} + \frac{B_{,z}}{B} \mu_{,\eta} + 2\mu_{,\eta} v_{,z} = 2\chi\varphi_{,\eta}\varphi_{,z}, \quad (19)$$

$$2v_{,zz} + 3(v_{,z})^2 - 2v_{,z}\mu_{,z} = -\frac{\chi}{2}(\varphi_{,z})^2, \quad (v_{,z})^2 + v_{,z} \frac{B_{,z}}{B} = \frac{\chi}{2}(\varphi_{,z})^2. \quad (20)$$

Рассмотрим полученную систему уравнений (17)–(20) для распределения скалярного поля, сконцентрированного внутри “тонкого” кольца, для которого переменные  $\eta$  и  $z$  изменяются в пределах

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in [-\Delta z; \Delta z], \quad (21)$$

где положительные константы  $\Delta\eta$  и  $\Delta z$  определяют “толщину” кольца

$$\Delta\eta \ll 1, \quad \Delta z \ll 1, \quad (22)$$

и в пределе сжатия такого “тонкого” кольца в одномерный объект (нуль-струну)

$$\Delta\eta \rightarrow 0, \quad \Delta z \rightarrow 0. \quad (23)$$

Тогда пространство-время, в котором движется такая “размазанная” нуль-струна и для которого переменные  $\eta$  и  $z$  изменяются в пределах

$$\eta \in (-\infty; +\infty), \quad z \in (-\infty; +\infty), \quad (24)$$

условно можно разбить на три области:

- область I, для которой (Рис. 1)

$$\eta \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (\Delta\eta; +\infty), \quad z \in (-\infty; +\infty), \quad (25)$$

- область II, для которой (Рис. 1)

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty), \quad (26)$$

- область III, для которой (Рис. 1)

$$\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta], \quad z \in [-\Delta z; \Delta z]. \quad (27)$$

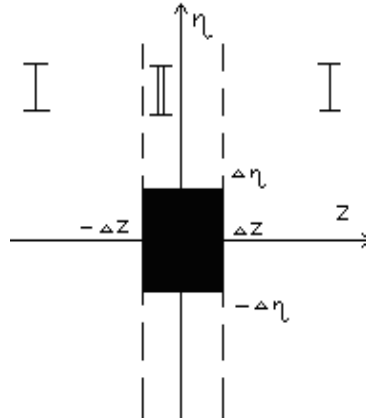


Рис. 1. На рисунке, схематично, в переменных  $z, \eta$ , представлено сечение пространства плоскостью  $\theta = const$ , а также условное разбиение пространства на три области определяемых (25) – (27). Область III выделена черным цветом.

Поскольку при стягивании скалярного поля в струну система уравнений (17) – (20) для скалярного поля должна асимптотически стремиться к системе (9) – (12) для замкнутой нуль-струны, то в области I, II (Рис. 1)

$$\varphi \rightarrow 0, \varphi_{,z} \rightarrow 0, \varphi_{,\eta} \rightarrow 0, \quad (28)$$

а в области III, в общем случае,

$$\frac{\varphi_{I,II}}{\varphi_{III}} \leq 1, \quad \frac{(\varphi_{,z})_{I,II}}{(\varphi_{,z})_{III}} \leq 1, \quad \frac{(\varphi_{,\eta})_{I,II}}{(\varphi_{,\eta})_{III}} \leq 1. \quad (29)$$

где  $\varphi_{I,II}$  – значения потенциала скалярного поля в области I, II (Рис. 2),  $\varphi_{III}$  – значения потенциала скалярного поля в области III (внутри «тонкого» кольца), знак равенства реализуется на границе областей.

Сравнивая систему уравнений (9) – (12) для замкнутой нуль-струны с системой (17) – (20), можно сделать вывод о том, что при стягивании скалярного поля в струну, то есть при  $\Delta\eta \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$

$$(\varphi_{,z})^2 \Big|_{\eta \rightarrow 0, z \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad (\varphi_{,\eta})^2 \Big|_{\eta \rightarrow 0, z \rightarrow 0} \rightarrow \infty, \quad (\varphi_{,z}\varphi_{,\eta}) \Big|_{\eta \rightarrow 0, z \rightarrow 0} \rightarrow 0. \quad (30)$$

В области I, согласно (28), при любом фиксированном значении переменной  $\eta = \eta_0 \in (-\infty; -\Delta\eta) \cup (\Delta\eta; +\infty)$  и для всех значений  $z \in (-\infty; +\infty)$ , потенциал скалярного поля

$$\varphi(\eta_0, z) \rightarrow 0, \quad (31)$$

если же рассматривать распределение потенциала скалярного поля при любом фиксированном значении переменной  $\eta = \eta_0 \in [-\Delta\eta; \Delta\eta]$ , (области II и III), то в случае, когда переменная  $z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty)$  (область II), должно быть выполнено

$$\varphi(\eta_0, z) \rightarrow 0, \quad (32)$$

а при  $z \in [-\Delta z; \Delta z]$  (область III)

$$\frac{\varphi(\eta_0, z)_{III}}{\varphi(\eta_0, z)_{II}} > 1. \quad (33)$$

## 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ ДЛЯ «РАЗМАЗАННОЙ» НУЛЬ-СТРУНЫ

Для полученных условий (31) – (33) распределение потенциала скалярного поля удобно представить в виде

$$\varphi(z, \eta) = -\ln[\alpha(\eta) + \lambda(\eta)f(z)], \quad (34)$$

где функции  $\alpha(\eta)$  и  $\lambda(\eta)$  симметричны относительно инверсии  $\eta$  на  $-\eta$ :

$$\alpha(\eta) = \alpha(-\eta), \quad \lambda(\eta) = \lambda(-\eta). \quad (35)$$

Функция  $\alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z)$  ограничена

$$0 < \alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z) \leq 1, \quad (36)$$

а потенциал скалярного поля (34), в области (36), может принимать значения от

$$\varphi = 0, \text{ при } \alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z) = 1, \text{ и до} \quad (37)$$

$$\varphi \rightarrow \infty, \text{ при } \alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z) \rightarrow 0, \quad (38)$$

причем в области I, в соответствии с (31) и (37)

$$\alpha(\eta) \rightarrow 1, \lambda(\eta) \rightarrow 0. \quad (39)$$

Поскольку, согласно (32), потенциал скалярного поля в области II стремится к нулю, то при  $\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta]$  и любом фиксированном значении переменной  $z = z_0 \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty)$ , должно быть выполнено

$$\alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z_0) \rightarrow 1. \quad (40)$$

В области III, для тех же значений  $\eta \in [-\Delta\eta; \Delta\eta]$  и при  $z = z_0 \in [-\Delta z; \Delta z]$

$$0 < \alpha(\eta) + \lambda(\eta) f(z_0) < 1. \quad (41)$$

Из (40) следует, что при всех  $z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty)$  значения функции  $f(z)$  постоянны

$$f(z) \rightarrow f_0 = const, \quad (42)$$

причем  $f_0 \neq 0$ , а функции  $\alpha(\eta)$  и  $\lambda(\eta)$  связаны между собой

$$\lambda(\eta) = (1 - \alpha(\eta)) / f_0. \quad (43)$$

Подставляя (43) в (42) получаем, что в области III

$$0 < \alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta)) f(z) / f_0 < 1, \quad (44)$$

тогда из (38), (44) следует, что при  $\varphi \rightarrow \infty$

$$\alpha(\eta) \rightarrow 0, f(z) \rightarrow 0. \quad (45)$$

Таким образом, в выражении для потенциала скалярного поля (34), функции  $\alpha(\eta)$  и  $f(z)$  ограниченные и для всех  $\eta \in (-\infty; +\infty)$  и  $z \in (-\infty; +\infty)$  принимают значения

$$0 \leq \alpha(\eta) \leq 1, 0 \leq f(z) \leq f_0. \quad (46)$$

Поведение функции  $f(z)$  при  $z \in (-\infty; -\Delta z) \cup (\Delta z; +\infty)$  определяется равенством (42), при  $z \rightarrow 0$ , согласно (45)

$$f(z) \rightarrow 0. \quad (47)$$

Дифференцируя (34), с учетом (43), по переменным  $z$  и  $\eta$  получаем

$$\varphi_{,\eta} = -\frac{\alpha_{,\eta}(1 - f(z)/f_0)}{\alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta))f(z)/f_0}, \varphi_{,z} = -\frac{(1 - \alpha(\eta))f_{,z}/f_0}{\alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta))f(z)/f_0}. \quad (48)$$

Подставляя (39), (40), (41) в (48) получаем, что в области I, II:  $\varphi_{,z} \rightarrow 0$ ,  $\varphi_{,\eta} \rightarrow 0$ , что согласуется с (28). В области III (Рис. 1), при  $z \rightarrow 0$ , с учетом (47), первое равенство (48) можно представить в виде

$$\varphi_{,\eta} = -\alpha_{,\eta} / \alpha(\eta), \quad (49)$$

Откуда, согласно (30), при  $\Delta\eta \rightarrow 0$ ,  $\Delta z \rightarrow 0$

$$|\alpha_{,\eta} / \alpha(\eta)| \rightarrow \infty. \quad (50)$$

Второе равенство из (48) при  $z = 0$ , можно представить в виде

$$\varphi_{,z} = -f_{,z} / f(z), \quad (51)$$

откуда при  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $\Delta\eta \rightarrow 0$ , согласно (30)

$$f_{,z} / f(z) \rightarrow 0. \quad (52)$$

С другой стороны, рассматривая равенства (48) в некоторой малой окрестности окружности  $\eta = 0$ ,  $z = 0$ , то есть внутри области, в которой сконцентрировано скалярное поле и для которой, в соответствии с (37), (38)  $\frac{f(z)}{f_0} \ll 1$  и  $\alpha(\eta) \ll 1$ , можно записать

$$\varphi_{,z}\varphi_{,\eta} = \frac{\alpha_{,\eta} / \alpha(\eta) \cdot f_{,z} / f(z)}{\left(1 + \frac{1}{f_0} \frac{f(z)}{\alpha(\eta)}\right) \left(1 + f_0 \frac{\alpha(\eta)}{f(z)}\right)}, \quad (53)$$

тогда, согласно (37), при  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $\Delta\eta \rightarrow 0$ , должно быть выполнено

$$(\alpha_{,\eta} f_{,z}) / (\alpha(\eta) f(z)) \rightarrow 0. \quad (54)$$

В качестве примера, можно привести следующий выбор функций  $\alpha(z)$  и  $f(\eta)$ , удовлетворяющих найденным условиям

$$\alpha(\eta) = \exp\left\{-\frac{1}{\varepsilon + (\xi\eta)^2}\right\}, \quad (55)$$

$$f(z) = f_0 \exp\left\{-\mu \left(1 - \exp\left\{-\frac{1}{(\zeta z)^2}\right\}\right)\right\}, \quad (56)$$

где  $\xi$  и  $\zeta$  определяют размер «толщину» кольца, внутри которого сконцентрировано скалярное поле, соответственно, по переменным  $z$  и  $\eta$ , а именно, как следует из (55), (56), при

$$\Delta z \rightarrow 0, \quad \xi \rightarrow \infty, \quad \Delta\eta \rightarrow 0, \quad \zeta \rightarrow \infty, \quad (57)$$

а положительные константы  $\varepsilon$  и  $\mu$  обеспечивают выполнение условий (47), (50), (52), при  $z = 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ ,  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $\Delta\eta \rightarrow 0$ , а именно, при

$$\Delta z \ll 1, \quad \varepsilon \ll 1, \quad \Delta\eta \ll 1, \quad \mu \gg 1, \quad (58)$$

а при дальнейшем сжатии в одномерный объект (нуль-струну), то есть при  $\Delta z \rightarrow 0$ ,  $\Delta \eta \rightarrow 0$

$$\varepsilon \rightarrow 0, \mu \rightarrow \infty. \quad (61)$$

Используя (43), (55), (56) для (34) получаем выражение одного из возможных распределений потенциала безмассового вещественного скалярного поля, компоненты тензора энергии-импульса, для которого в пределе сжатия в одномерный объект асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны.

На Рис. 2 представлено распределение функции  $\alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta))f(z)/f_0$  в области  $\eta \in [-10; 10]$ ,  $z \in [-10; 10]$ , для функций  $\alpha(\eta)$ ,  $f(z)$ , заданных равенствами (55), (56), которые соответствуют выбору значений констант а)  $\xi = \zeta = \mu = 1$ ; б)  $\xi = \zeta = \mu = 4$ . Из представленного рисунка видно, что с увеличением значений констант  $\xi$ ,  $\zeta$ , область, в которой функция  $\alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta))f(z)/f_0$  отлична от единицы (т.е. область, в которой сконцентрировано скалярное поле и потенциал скалярного поля, не стремясь к нулю) сжимается, чему соответствует уменьшение «толщины» кольца, в котором сконцентрировано скалярное поле.

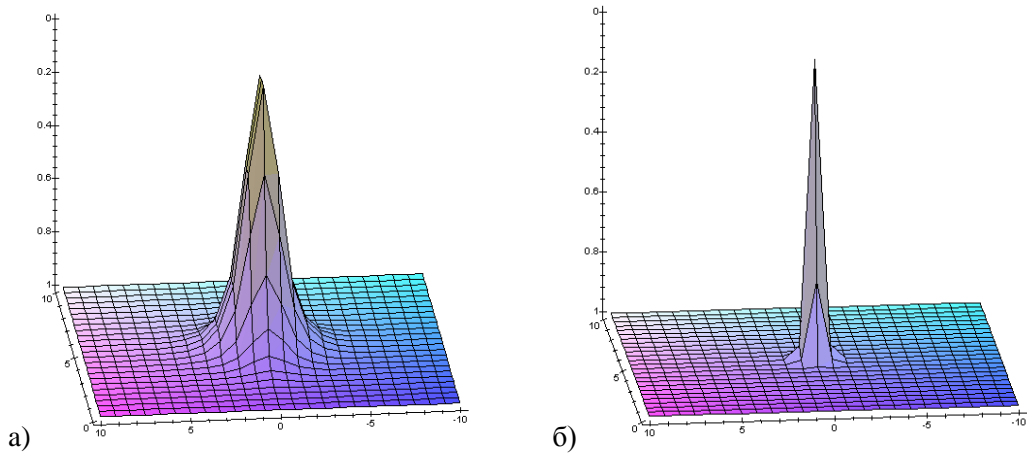


Рис. 2. Распределение функции  $\alpha(\eta) + (1 - \alpha(\eta))f(z)/f_0$ , где,  $\eta \in [-10; 10]$ ,  $z \in [-10; 10]$  при: а)  $\xi = \zeta = \mu = 1$ , б)  $\xi = \zeta = \mu = 4$ .

На Рис. 3 – 5, представлены различные пространственно-временные сечения (по переменным  $t$ ,  $\rho$ ,  $\theta$ ) для замкнутой «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся в плоскости  $z=0$  в области  $\eta \in [-10; 10]$ ,  $z \in [-10; 10]$ , для функций  $\alpha(\eta)$ ,  $f(z)$ , заданных равенствами (55), (56). Отметим, что в представленных Рис. 3 – 5, черным цветом выделена область, в которой  $\varphi \rightarrow 0$ .



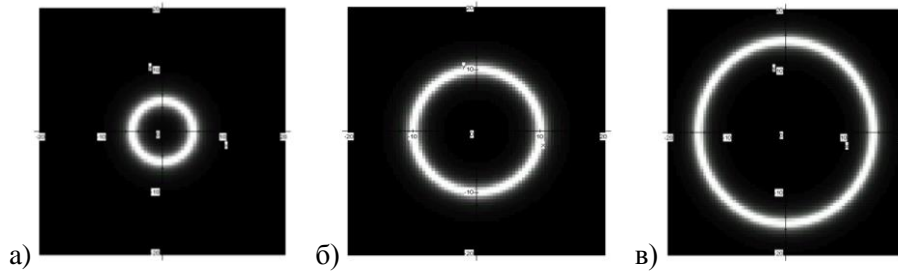


Рис. 3. На рисунках для  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\xi = 1.3$ ,  $\mu = 4$ ,  $\zeta = 1.3$ ,  $z = 0.01$ ,  $\rho \in (0, 20)$  представлены распределения потенциала скалярного поля, задаваемого (34), (55), (56) по переменной  $t$ : а)  $t = 5$ , б)  $t = 10$ , в)  $t = 15$ .

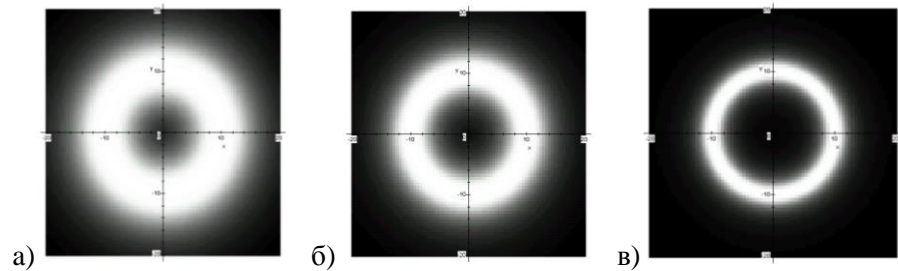


Рис. 4. На рисунках для  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\mu = 4$ ,  $\zeta = 1.3$ ,  $z = 0.01$ ,  $\rho \in (0, 20)$ ,  $t = 10$  представлены распределения потенциала скалярного поля, задаваемого (34), (55), (56) по переменной  $\rho$ : а)  $\xi = 0.2$ , б)  $\xi = 0.3$ , в)  $\xi = 0.6$ .

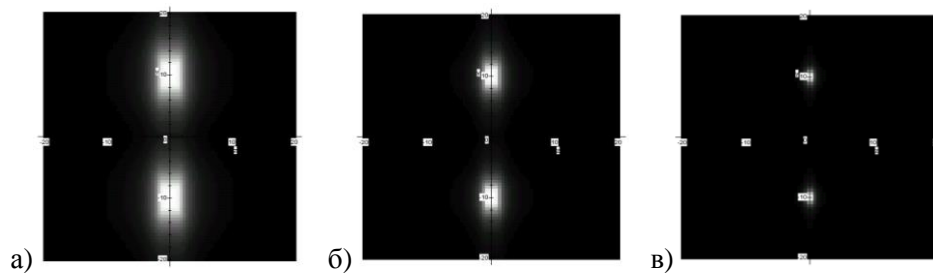


Рис. 5. На рисунках для  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\mu = 4$ ,  $\zeta = 1.3$ ,  $z = 0.01$ ,  $\rho \in (0, 20)$ ,  $t = 10$  представлено распределения потенциала скалярного поля, задаваемого (34), (55), (56) на поверхности  $\theta = const$ : а)  $\xi = 0.3$ , б)  $\xi = 0.5$ , в)  $\xi = 1.3$ .

Из приведенных Рис. 3 – 5 непосредственно следует, что с увеличением значений переменной  $t$  (Рис. 3) радиус «размазанной» нуль-струны увеличивается (нуль-струна радиально расширяется в плоскости  $z=0$ ), а при увеличении значений констант  $\xi$ ,  $\zeta$  (Рис. 4, 5) область, в которой потенциал скалярного поля не стремится к нулю, сжимается, т.е. уменьшается «толщина» кольца, в котором сконцентрировано скалярное поле.

## ВЫВОДЫ

В работе предложен общий вид распределения потенциала безмассового вещественного скалярного поля для «размазанной» нуль-струны радиально расширяющейся в плоскости  $z = 0$ . Найдены условия на потенциал скалярного поля, при которых в пределе сжатия скалярного поля в одномерный объект, компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля асимптотически совпадают с компонентами тензора энергии-импульса замкнутой нуль-струны движущейся по этой же траектории. Приведён пример распределения потенциала скалярного поля, удовлетворяющего найденным условиям. Следующим этапом предложенной работы станет интегрирование системы уравнений Эйнштейна для найденного распределения скалярного поля и анализ гравитационного поля, порождаемого радиально расширяющейся нуль-струной.

## Список литературы

1. Vilenkin A. Cosmic strings and other topological defects / A. Vilenkin, E. P. S. Shellard. – Cambridge Univ. Press, 1994. – 534 p.
2. Линде А. Д. Физика элементарных частиц и космология / А. Д. Линде. – М. : Наука, 1990. – 275 с.
3. Peebles P. S. E. Principles of physical cosmology / P. S. E. Peebles. – Princeton University Press, 1994. – 534 p.
4. Roshchupkin S. N. Class. Quantum. Grav. / S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin. – 1995. – Vol. 12. – P. 2519.
5. Lelyakov O. P. Scalar field potential distribution for a “thick” null string of constant radius / O. P. Lelyakov // Ukr. J. Phys. – 2011. – Vol. 56, No 3. – P. 296-302.

**Лемяков О. П. Розподіл потенціалу скалярного поля для замкненої нуль струни, що радіально розширюється / О. П. Лемяков, О. С. Усачев, Р. О. Бабаджан // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2013. – Т. 26 (65), № 2. – С. 69-78.**

У роботі запропоновано загальний вигляд розподілу потенціалу безмасового дійсного скалярного поля для «розмазаної» нуль-струни, що радіально розширюється в площині  $z = 0$ . Знайдено умови на потенціал скалярного поля, при яких, при стисканні скалярного поля в одновимірний об'єкт, компоненти тензора енергії-імпульсу скалярного поля асимптотично збігаються з компонентами тензора енергії-імпульсу замкненої нуль-струни яка прямує по тій ж траєкторії.

**Ключові слова:** нуль-струна, скалярне поле, космологія.

**Lelyakov A. P. Scalar Field Potential Distribution for a Closed Radially Expanding Null String in Plane  $z = 0$  / A. P. Lelyakov, A. S. Usachyov, R. A. Babadzhan // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2013. – Vol. 26 (65), No 2. – P. 69-78.**

In this article, we have received, the general view of distribution of potential scalar field for “thick” null string radially expanding in plane  $z = 0$ . Conditions on potential of a scalar field at which, within the limits of compression of a scalar field in one-dimensional object, the stress energy tensor components of a scalar field coincide with components stress energy tensor of the closed null string moving on the same trajectory are found.

**Keywords:** null string, scalar field, cosmology.

## References

1. A. Vilenkin, E. P. S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects* (Cambridge Univ. Press, 1994).
2. A. D. Linde, *Physics of Particles and Cosmology* (Nauka, Moscow, 1990) [in Russian].
3. P. S. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton University Press, 1994).
4. S. N. Roshchupkin, A. A. Zheltukhin, *Class. Quantum. Grav.* **12**, 2519 (1995).
5. O. P. Lelyakov, *Ukr. J. Phys.* **56**, No. 3, 296 (2011).

*Поступила в редакцію 21 февраля 2013 г.*