

УДК 537.612

СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ И ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО МАГНЕТИКА С $S = 2$

Космачев О. А.

*Таврический национальный университет имени В. И. Вернадского, проспект Вернадского, 4,
Симферополь 95007, Украина
E-mail: lkosma@tnu.crimea.ua*

В работе исследованы спектры элементарных возбуждений негейзенберговского магнетика со спином магнитного иона 2, при учете всех спиновых инвариантов. Анализ спектров элементарных возбуждений позволил построить фазовую диаграмму магнетика при различных соотношениях обменных интегралов. В случае одноподрешеточного магнетика имеется соответствие фазовых состояний и поведения спектров возбуждения бозе-газа ультрахолодных атомов с $S=2$.

Ключевые слова: негейзенберговский магнетик; фазовые переходы; операторы Хаббарда; нематическая фаза; тетраэдрическая фаза.

PACS: 75.10. ± b

ВВЕДЕНИЕ

Исследование магнитоупорядоченных систем с учетом высших спиновых инвариантов в последние годы становится все более актуальным [1-4]. Это связано с тем, что такие системы аналогичны бозе-конденсату «холодных» атомов. Этот конденсат может быть создан различного рода «атомными ловушками» [5, 6]. Изменяя параметры ловушки можно добиться превалирующего влияния того или иного типа взаимодействия, соответствующего спиновому инварианту. Как отмечено в [1] исследование таких систем может быть проведено в рамках модели обменного гамильтониана. Исследование модельного гамильтониана с учётом высших спиновых инвариантов [7, 8] позволяет решить задачу нахождения фазовых состояний системы, а также определить поведение спектров возбуждения в окрестности линий фазовых переходов. Кроме того, возможно установить связь между обменными константами и параметрами длин рассеяния соответствующих спиновых систем. В результате исследований [9, 10] было установлено, что увеличение спина магнитного иона приводит к возникновению новых квантовых эффектов, в частности, возникновению новых нематических фаз: тетраэдрической и антитетраэдрической. Показано, что геометрическим образом является двухосный эллипсоид, в отличие от случая $S = 1$ [11], где геометрическим образом в нематической фазе является одноосный эллипсоид. Также следует отметить, что в тетраэдрической (антитетраэдрической) фазе возникает дополнительный параметр – псевдоспин, который при отражении времени $t \rightarrow -t$ преобразуется как вектор истинного спина. Следующим этапом изучения данной системы является исследование поведения спектров элементарных возбуждений в окрестностях линий фазовых переходов.

1. ФАЗОВЫЕ СОСТОЯНИЯ

Целью данной работы является исследование фазовых состояний и спектров элементарных возбуждений в окрестностях линий фазовых переходов изотропного ферромагнетика со спином $S = 2$ с учётом полного набора спиновых инвариантов. Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ J_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'}) + K_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^2 + D_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^3 + F_{nn'} (\vec{S}_n \vec{S}_{n'})^4 \right\} \quad (1)$$

где J, K, D, F – обменные интегралы, соответствующие различным спиновым инвариантам. Предполагается, что рассматриваемая система находится при низких температурах ($T \ll T_c$, T_c – температура Кюри), поскольку именно в этом случае наиболее ярко проявляются квантовые свойства системы.

Прежде, чем переходить к исследованию спектров, напомним какие фазы реализуются в системе при различных соотношениях констант обменных взаимодействий [10].

1. Если соотношение обменных интегралов таково, что $J_0 > K_0, D_0, F_0$, то волновая функция основного состояния имеет вид $|\psi_{gr.st.}\rangle = |2\rangle$. С учетом этого, средние по этому состоянию равны: $\langle S^z \rangle = 2$, $\langle (S^z)^2 \rangle = 4$, $\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1$.

Это состояние – ферромагнитное (FM).

2. При $K_0 > J_0, D_0, F_0$, волновая функция основного состояния имеет вид

$$|\psi_{gr.st.}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \beta (|2\rangle + |-2\rangle) + \sin \beta |0\rangle.$$

Это состояние характеризуется квадрупольными параметрами порядка: $q_2^0 = 3\langle (S^z)^2 \rangle - 6 = 6 \cos 2\beta$, $q_2^2 = \langle (S^x)^2 \rangle - \langle (S^y)^2 \rangle = 2\sqrt{3} \sin 2\beta$, так как $\langle S \rangle = 0$. Это спиновое состояние – «спиновый немагик» обозначено как N .

3. Еще один случай: $D_0 > K_0, F_0$. В этом случае волновая функция основного состояния имеет вид $|\psi_{gr.st.}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle)$. Фаза характеризуется более

высокими по степени спиновых операторов S^i параметрами порядка: $q_3^0 = 10$, $q_3^3 = \frac{1}{2} \left(\langle (S^+)^3 \rangle + \langle (S^-)^3 \rangle \right) = 4\sqrt{2}$, так как $\langle S^z \rangle = 0$, $q_2^0 = q_2^2 = 0$. Это фазовое состояние назовем TQ -состоянием.

В случае отрицательной константы гейзенберговского обменного взаимодействия $J_0 < 0$, в системе реализуются двухподрешеточные магнитоупорядоченные структуры:

4. Антиферромагнитное *AFM* состояние. В этом состоянии отличными от нуля являются только осевые моменты: $\langle S^z \rangle = 2$, $q_2^0 = 6$, $q_3^0 = 6$, $q_4^0 = 12$. Во второй подрешетке параметры порядка: $\langle S^z \rangle = -2$, $q_2^0 = 6$, $q_3^0 = -6$, $q_4^0 = 12$.

5. И наконец *ATQ*-антитетраэдрическая фаза, характеризующаяся высшими тензорными компонентами: $q_3^0 = 10$, $q_3^3 = 4\sqrt{2}$, $q_4^0 = -28$, $q_4^3 = 2\sqrt{2}$ в первой подрешетке, и $q_3^0 = -10$, $q_3^3 = -4\sqrt{2}$, $q_4^0 = -28$, $q_4^3 = 2\sqrt{2}$ во второй подрешетке.

2. СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ОДНОПОДРЕШЕТОЧНОГО НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО МАГНЕТИКА С $S = 2$

Спектры элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина [1]:

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle, \quad (2)$$

где $\tilde{X}_n^\alpha(\tau) = \exp(\mathcal{H}\tau) X_n^\alpha \exp(-\mathcal{H}\tau)$ – оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении, \hat{T} – оператор Вика, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{int}}$ [12,13]. Дальнейшие вычисления проводятся в приближении среднего поля, поэтому нам понадобится только динамическая часть обменного гамильтониана которую можно представить в виде:

$$H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \sum_{\alpha, \beta} \{ \mathbf{c}(\alpha) \hat{A}_{nn'} \mathbf{c}(\beta) \} \Delta X_n^\alpha \cdot \Delta X_{n'}^\beta, \quad (3)$$

где $\Delta X^\alpha = X^\alpha - \langle X^\alpha \rangle_0$, а компоненты 24-х мерного вектора $\mathbf{c}(\alpha)$ определяются из связи спиновых и тензорных операторов с операторами Хаббарда; матрица $\hat{A}_{nn'}$ представляется как:

$$\begin{aligned} \hat{A}_{nn'} = & \frac{a_{nn'}^{(1)}}{2} (2\hat{E} \oplus \hat{I}) \oplus \frac{a_{nn'}^{(2)}}{2} (6\hat{E} \oplus \hat{I} \oplus \hat{I}) \oplus \frac{a_{nn'}^{(3)}}{160} (16\hat{E} \oplus 3\hat{I} \oplus 30\hat{I} \oplus 20\hat{I}) \oplus \\ & \oplus \frac{a_{nn'}^{(4)}}{560} (2\hat{E} \oplus 10\hat{I} \oplus 5\hat{I} \oplus 70\hat{I} \oplus 35\hat{I}), \end{aligned}$$

где \hat{E} – единичная матрица, $\hat{I} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Вывод дисперсионного уравнения, определяющего спектры элементарных возбуждений, приведён в работах [12,13]. Уравнение справедливо для произвольного значения спина, произвольной симметрии одноионной анизотропии и произвольной температуры (исключая флуктуационную область). Дисперсионное уравнение может быть представлено в виде:

$$\det \| 1 + x_{ij} \| = 0, \quad i, j = 1, \dots, 24. \quad (4)$$

Решения уравнения (8) определяют спектры магнонов в различных фазах. Перейдем к анализу спектров элементарных возбуждений конкретно в каждой фазе.

1. Используя явный вид параметров порядка в FM -фазе, получаем спектры магнонов в длинноволновом пределе (при $k \rightarrow 0$) и терминах $\tilde{J}_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 79F_0$ и $\tilde{K}_0 = K_0 - 5D_0 + 43F_0$:

$$\varepsilon_1(k) = 4(\tilde{J}_0 + 9\delta k^2); \quad (5)$$

$$\varepsilon_2(k) = 4\left[2(\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0) + 3(\lambda + \gamma + 13\delta)k^2\right]; \quad (6)$$

$$\varepsilon_3(k) = 2(\alpha + 4\lambda + 16\gamma + 64\delta)k^2; \quad (7)$$

$$\varepsilon_4(k) = 6\left[2(\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0) + 3(\gamma - 4\delta)k^2\right], \quad (8)$$

где $J_0 - J_k = \alpha k^2$, $K_0 - K_k = \lambda k^2$, $D_0 - D_k = \gamma k^2$, $F_0 - F_k = \delta k^2$.

Как видно из (5) и (8) спектры магнонов «размягчаются» при $\tilde{J}_0 = 0$ и $\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0 = 0$, т.е. на этих линиях FM -фаза теряет устойчивость. Таким образом, фазовый переход из FM -фазы протекает по магннным ветвям $\varepsilon_1(k)$ и $\varepsilon_4(k)$.

Необходимо отметить, что хотя щель в спектре $\varepsilon_2(k)$ имеет такой же вид, как и в спектре $\varepsilon_4(k)$, фазовый переход идет по ветви (8), поскольку «скорость» магнонов этой ветви выше, чем ветви (6).

2. Рассмотрим теперь спектры элементарных возбуждений в N -фазе в длинноволновом пределе (с учетом введенных ранее обозначений):

$$\varepsilon_1^2(k) = 48\left[(\lambda - 2\gamma + 28\delta)k^2 \sin^2 \beta + 3 \cdot \delta k^2 \cos^2 \beta\right] \times \\ \times \left[3\tilde{K}_0 \sin^2 \beta - \tilde{J}_0 \cos^2 \beta\right]; \quad (9)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = 144\tilde{K}_0(\lambda - 2\gamma + 28\delta)k^2; \quad (10)$$

$$\varepsilon_{3,4}^2(k) = 12\left[(\lambda - 2\gamma + 31\delta)k^2 + (\lambda - 2\gamma + 25\delta)k^2 \cos(2\beta \pm \pi/3)\right] \times \\ \times \left[3\tilde{K}_0 - \tilde{J}_0 + (3\tilde{K}_0 + \tilde{J}_0) \cos(2\beta \pm \pi/3)\right] \quad (11)$$

Видно, что спектры магнонов (9) – (11) в N -фазе линейны по волновому вектору вдали от точек устойчивости. Ветвь $\varepsilon_1(k)$ размягчается на линии $\tilde{J}_0 = 0$ при значении параметра $\beta = 0$ (параметр β доопределяется точно), и принимает вид $\varepsilon_1(k) = 36\delta k^2$. Следовательно, линия $\tilde{J}_0 = 0$ является линией фазового перехода $N - FM$ фаза, причем, в окрестности этой линии спиновый нематик стремится к одноосному нематику. Кроме того, спектр магнонов (9) становится неустойчивым при $\tilde{K}_0 = 0$ и при значении параметра $\beta = \frac{\pi}{2}$ принимает вид:

$\varepsilon_1(k) = 36(\gamma - 5\delta)k^2$, а параметры порядка N -фазы вблизи этой линии стремятся к параметрам «плоского» нематика. Необходимо отметить, что спектр (10) также теряет устойчивость на линии $\tilde{K}_0 = 0$, и на этой линии становится квадратичным

по k : $\varepsilon_2(k) = 36(\gamma - 5\delta)k^2$. Кроме того, ветвь возбуждений (11) является вырожденной, что связано с вырождением энергетических уровней магнитного иона $E_1 = E_{-1}$ в нематической фазе при $\beta = 0$, и $\beta = \pi/2$.

3. Рассмотрим теперь спектры элементарных возбуждений в TQ -фазе. Как отмечалось ранее, в этой фазе наблюдается трехкратное вырождение возбужденных энергетических уровней магнитного иона, что приводит к совпадению трех ветвей элементарных возбуждений. В длинноволновом пределе эти спектры имеют вид:

$$\varepsilon_{1,2,3}^2(k) = 144(\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0)(\gamma - 4\delta)k^2; \quad (12)$$

$$\varepsilon_4^2(k) = 144(-\tilde{K}_0 + (\lambda - 2\gamma + 28\delta)k^2)^2. \quad (13)$$

Как следует из (12), спектры $\varepsilon_{1,2,3}(k)$ вдали от линии $\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0 = 0$ линейны по волновому вектору, а в окрестности линии $\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0 = 0$ спектры становятся квадратичными по k

$$\varepsilon_{1,2,3}(k) = 18(\gamma - 4\delta)k^2,$$

т.е. на этой линии спектры магнонов размягчаются, а линия $\tilde{J}_0 + 3\tilde{K}_0 = 0$ является линией фазового перехода $TQ - FM$ фаза. Спектр (13) теряет устойчивость на линии $\tilde{K}_0 = 0$ и становится квадратичным по k

$$\varepsilon_2(k) = 36(\gamma - 5\delta)k^2.$$

Следовательно, линия $\tilde{K}_0 = 0$ является линией фазового перехода $TQ - N$ -фаза.

Таким образом, анализ спектров магнонов позволяет построить фазовую диаграмму рассматриваемой системы (Рис. 1). Совпадение спектров на линиях фазовых переходов свидетельствует о том, что это

есть фазовые переходы второго рода. Необходимо отметить, что эта фазовая диаграмма полностью совпадает с фазовой диаграммой, полученной для ультрахолодных нейтральных атомов со спином $S = 2$ [5, 6].

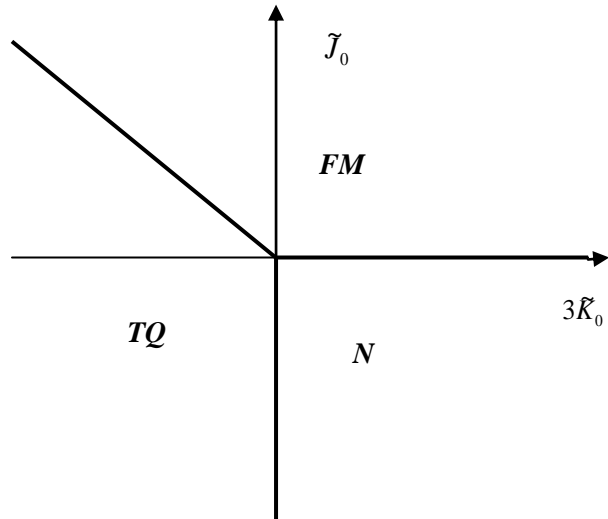


Рис. 1. Фазовая диаграмма негейзенберговского ферромагнетика с $S = 2$ в переменных $(\tilde{J}_0, \tilde{K}_0)$.

3. СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ДВУХ-ПОДРЕШЕТОЧНОГО НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО МАГНЕТИКА С $S = 2$

Как и ранее, спектр элементарных возбуждений определяются полюсами функции Грина. Используя определенные ранее параметры порядка, получим спектры элементарных возбуждений в соответствующих фазовых состояниях.

I. AFM-фаза. Спектры магнонов в *AFM*-фазе имеют вид разности квадратов, следовательно, их поведение в центре зоны Бриллюэна ($k = 0$) и на краю ($k = \pi$), практически эквивалентно. Спектры магнонов в *AFM*-фазе в длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$) имеют вид:

$$\varepsilon_1^2(k) = 16(\tilde{J}'_0 - 18F_0 + 9\delta k^2)(\tilde{J}'_0 - 9\delta k^2); \quad (14)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = 4[\tilde{J}'_0 - \tilde{K}'_0 - 3(\lambda - 5\gamma + 43\delta)k^2][\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 - 6(K_0 - 5D_0 + 43F_0)]; \quad (15)$$

$$\varepsilon_3^2(k) = 4[\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 - 6(K_0 - 5D_0 + 43F_0)](\alpha - 5\lambda + 34\gamma - 179\delta)k^2; \quad (16)$$

$$\varepsilon_4^2(k) = 9(\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 + 6(\gamma - 6\delta)k^2)(\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 + 12(D_0 - 6F_0)). \quad (17)$$

На линии $\tilde{J}'_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 61F_0 = 0$ спектр (14) размягчается. Эта линия описывает фазовый переход из *AFM*-фазы в *N*-состояние.

Энергетические щели в спектрах (15) и (17) уменьшаются по мере приближения к линии фазового перехода в *ATQ*-фазу. На линии фазового перехода *AFM* – *ATQ*-фаза $\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 = 2J_0 - 4K_0 + 38D_0 - 100F_0 = 0$ обе ветви неустойчивы, однако, скорости «спиновых» волн различны: фазовый переход идёт по ветви $\varepsilon_4(k)$, т.к. скорость этой волны совпадает со скоростью волны в *ATQ*-фазе на линии $\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 = 0$.

2. Рассмотрим спектры элементарных возбуждений в *N*-фазе. В длинноволновом пределе при $k \rightarrow 0$:

$$\varepsilon_1^2(k) = 98[(K_0 - 2D_0 + 28F_0)\sin^2 \beta + 3F_0 \cos^2 \beta] \times [3\tilde{K}'_0 \sin^2 \beta + \tilde{J}'_0 \cos^2 \beta - (2\alpha - \lambda + 41\gamma - 70\delta)k^2 \cos^2 \beta - 9(\gamma - 5\delta)k^2 \sin^2 \beta]. \quad (18)$$

$$\varepsilon_2^2(k) = 144(K_0 - 5D_0 + 43F_0)(\lambda - 2\gamma + 28\delta)k^2; \quad (19)$$

$$\varepsilon_{3,4}^2(k) = 48 \left[K_0 - 2D_0 + 31F_0 + (K_0 - 2D_0 + 25F_0) \cos \left(2\beta \pm \frac{\pi}{3} \right) + \alpha' k^2 \right] \times \left[J_0 + K_0 + 22D_0 - 11F_0 - (J_0 - 2K_0 + 19D_0 - 50F_0) \cos \left(2\beta \pm \frac{\pi}{3} \right) + \alpha'' k^2 \right], \quad (20)$$

где α' и α'' – комбинации $\alpha, \lambda, \gamma, \delta$.

Как видно из (18), на линии фазового перехода в *AFM*-фазу (при $\beta = 0$) $\tilde{J}'_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 61F_0 = 0$ спектр размягчается. На линии фазового перехода в *ATQ*-фазу (при $\beta = \pi/2$) $\tilde{K}'_0 = K_0 + D_0 + 13F_0 = 0$ спектр размягчается.

Ветви $\varepsilon_2(k) - \varepsilon_4(k)$ как нетрудно увидеть не размягчаются в окрестностях линий фазовых переходов $\tilde{J}'_0 = 2J_0 - K_0 + 41D_0 - 61F_0 = 0$ и $\tilde{K}'_0 = K_0 + D_0 + 13F_0 = 0$.

3. Рассмотрим теперь спектры элементарных возбуждений в ATQ - фазе. В этой фазе наблюдается трехкратное вырождение возбужденных энергетических уровней магнитного иона $E_1 = E_{-1} = E_0$, что приводит к совпадению трёх ветвей элементарных возбуждений $\varepsilon_1(k) = \varepsilon_2(k) = \varepsilon_3(k)$. В центре зоны Бриллюэна ($k \rightarrow 0$) спектры имеют вид:

$$\varepsilon_{1,2,3}^2(k) = 72 \left[-\tilde{J}'_0 + 3\tilde{K}'_0 + (2\alpha - 4\beta + 47\gamma - 154\delta)k^2 \right] (D_0 - 6F_0); \quad (21)$$

$$\varepsilon_4^2(k) = 144 \left[\tilde{K}'_0 - (\beta - 2\gamma + 28\delta)k^2 \right] \left[6(D_0 - 5F_0) - \tilde{K}'_0 \right]. \quad (22)$$

На линии фазового перехода $ATQ - AFM$ -фазы $\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 = 2J_0 - 4K_0 + 38D_0 - 100F_0 = 0$ щель в спектре $\varepsilon_{1,2,3}(k)$ обращается в ноль, и спектр становится линейным по k . Спектр $\varepsilon_4(k)$ теряет устойчивость на линии фазового перехода $ATQ - N$ -фазы $\tilde{K}'_0 = K_0 + D_0 + 13F_0 = 0$ и становится линейным по k . На границе зоны Бриллюэна ($k \rightarrow \pi$) спектры имеют вид:

$$\varepsilon_{1,2,3}^2(k) = 36 \left[\tilde{J}'_0 - 3\tilde{K}'_0 + 18(D_0 - 6F_0) - (2\alpha - 4\beta + 47\gamma - 154\delta)k^2 \right] (\gamma - 6\delta)k^2;$$

$$\varepsilon_4^2(k) = 144 \left[\tilde{K}'_0 - (\beta - 2\gamma + 28\delta)k^2 \right] \times \left[(\beta - 2\gamma + 28\delta)k^2 - \tilde{K}'_0 + 6(D_0 - 5F_0) \right].$$

Спектр $\varepsilon_{1,2,3}(k)$ линеен по волновому вектору k , однако, на границах фазы – устойчив. Поведение же $\varepsilon_4(k)$ на границе зоны аналогично поведению спектра в центре зоны. Анализ спектров элементарных возбуждений и плотности свободной энергии позволяет построить фазовую диаграмму двухподрешеточного негейзенберговского магнетика. В переменных (\tilde{J}', \tilde{K}') эта фазовая диаграмма имеет вид, приведенный на Рис. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования негейзенберговского магнетика со спином магнитного иона $S = 2$ позволяют утверждать, что учет высших спиновых инвариантов является существенным, и приводит к возникновению

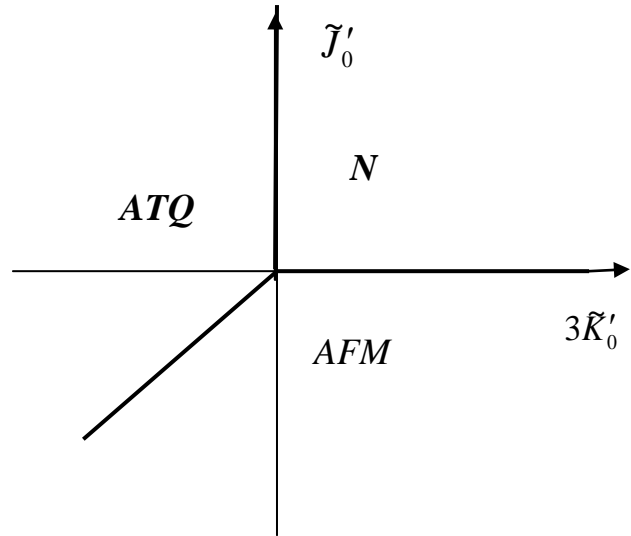


Рис.2. Фазовая диаграмма двухподрешеточного негейзенберговского магнетика с $S = 2$ в переменных $(\tilde{J}'_0, \tilde{K}'_0)$.

магнитоупорядоченных состояний с более сложной структурой, нежели ферро- или антиферромагнитная. К таким состояниям относятся нематическая фаза, а также тетраэдрическая и анти-тетраэдрическая. Эти фазы характеризуются тем, что в них намагниченность (на один узел) равна нулю, но тем не менее, реализуемые в них состояния являются магнитоупорядоченными, а параметрами порядка являются компоненты тензора квадрупольных моментов. Состояния с нулевой намагниченностью на узел, но конечными мультипольными параметрами порядка, являются исключительно квантовым явлением [14]. При этом, несмотря на то, что в этих фазах намагниченность равна нулю, они различны, так как имеют различные основные состояния, различную топологию в спиновом пространстве, а, следовательно, различную симметрию. Отличительной особенностью этих фаз для $S = 2$ является их более сложная структура (геометрические образы в спиновом пространстве), нежели структура нематических фаз в ранее изученных случаях для магнетиков с $S = 1$ и $S = 3/2$ [9-11]. Так, нематическая фаза в магнетике с $S = 1$ представляет собой одноосный эллипсоид, тогда как в рассматриваемом случае геометрическим образом нематической фазы является «гофрированный» двухосный эллипсоид, который только на линиях фазовых переходов теряет «гофрировку» и становится одноосным. Кроме того, в магнетике со спином магнитного иона $S = 2$ отсутствует антинематическая фаза, которая наблюдается в магнетике с $S = 3/2$. Однако, в рассматриваемой в данной работе системе возможна реализация тетраэдрической / антитетраэдрической фазы, которая, в некотором смысле, аналогична антинематической фазе. Однако, тетраэдрическая / антитетраэдрическая фаза имеет более сложную геометрическую структуру (в спиновом пространстве), нежели антинематическая фаза магнетика с $S = 3/2$, хотя, также как и в магнетике со спином $3/2$, тетраэдрическая / антитетраэдрическая фаза имеет дополнительный параметр порядка – псевдоспин $\vec{\sigma}$, который описывается ненулевыми средними от кубических по спиновым операторам выражений. Необходимо отметить, что возникновение состояний с параметром порядка «псевдоспин» возможно лишь для негејзенберговских магнетиков с $S > 1$, поскольку этот параметр описывается ненулевыми средними от кубических по спиновым операторам выражений.

Таким образом, среднеполевой анализ негејзенберговского магнетика со спином магнитного иона позволил нам описать как динамические, так и статические свойства системы, выявить специфику формирования фаз с мультипольными параметрами порядка, и построить фазовую диаграмму системы.

Работа выполнена при поддержке Государственного Фонда Фундаментальных Исследований Украины.

Список литературы

1. Барьяхтар В. Г. Функции Грина в теории магнетизма / В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский – Киев : Наук. Думка. – 1984. – 336 с.
2. Ахиезер А. И. Спиновые волны / А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский – М. : Наука, 1967. – 368 с.
3. Нагаев Э. Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями / Э. Л. Нагаев – М. : Наука. – 1988. – 232 с.
4. Chen H. H. Quadrupole Phase Transitions in Magnetic Solids / H. H. Chen, P. M. Levy // Phys. Rev. Lett. – 1971. – Vol. 27, No 20. – P. 1383-1385.
5. Nematic Order by Disorder in Spin-2 Bose-Einstein Condensates / A. M. Turner, R. Barnett, E. Demler and A. Vishwanath // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98. – P. 190404.
6. Barnett R. Classifying Novel Phases of Spinor Atoms / R. Barnett, A. M. Turner, E. Demler // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 180412.

7. Papanikolaou N. Unusual phases in quantum spin-1 systems / N. Papanikolaou // Nucl. Phys. – 1988. – Vol. 305. – P. 367-395.
8. Quantum ferrimagnets / A. V. Chubukov, K. I. Ivanova, P. Ch. Ivanov and E. R. Korutcheva // J. Phys.: Condens. Matter. – 1991. – Vol. 3. – P. 2665-2677.
9. Spin nematic and antinematic state in a spin $S=3/2$ isotropic non-Heisenberg magnet / Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk and B. A. Ivanov // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 097202.
10. Космачев О. А. Особенности формирования фазовых состояний в негейзенберговском магнетике с $S = 2$ / О. А. Космачев, Ю. А. Фридман // ФТТ. – 2013. – Т. 55. – С. 678-683.
11. Fridman Yu. A. Spin nematic and orthogonal nematic states in $S=1$ non-Heisenberg magnet / Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, Ph. N. Klevets // JMMM. – 2013. – Vol. 325. – P. 125.
12. Зайцев Р. О. Обобщенная диаграмная техника и спиновые волны в анизотропном ферромагнетике / Р. О. Зайцев // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 68. – С. 207-215.
13. Мицай Ю. Н. Применение операторов Хаббарда в теории связанных магнитоупругих волн / Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман // ТМФ. – 1989. – Т. 81. – С. 263-270.
14. Матвеев В. М. Квантовый квадрупольный магнетизм и фазовые переходы при биквадратном обмене / В. М. Матвеев // ЖЭТФ. – 1974. – Т. 65. – С. 1626-1636.

Космачев О. О. Спектри елементарних збуджень негейзенберговського магнетика зі спіном $S = 2$ / О. О. Космачев // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія : Фізико-математичні науки. – 2013. – Т. 26 (65), № 2. – С. 60-68.

У роботі досліджено спектри елементарних збуджень негейзенберговського магнетика зі спіном магнітного іона 2, при обліку всіх спинових інваріантів. Аналіз спектрів елементарних збуджень дозволив побудувати фазову діаграму магнетика при різних співвідношеннях обмінних інтегралів. У разі однопідграткового магнетика є відповідність фазових станів і поведінки спектрів збудження бозе-газу ультрахолодних атомів з $S = 2$.

Ключові слова: негейзенберговський магнетик, фазові переходи, оператори Хаббарда, нематична фаза; тетраедрична фаза.

Kosmachev O. A. Spectra elementary excitations and the phase diagram non-heisenberg mfunetic with $S = 2$ / O. A. Kosmachev // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series : Physics and Mathematics Sciences. – 2013. – Vol. 26 (65), No 2. – P. 60-68.

The spectra of elementary excitations of the non-Heisenberg spin-2 magnet are investigated with the account of all spin invariants. Analysis of the spectra of elementary excitations allows to build a phase diagram of a magnet at different ratios between the exchange integrals. In the case of single-sublattice magnet, there is a match between the phase states and the behavior of the excitation spectra of the Bose gas of ultracold atoms with $S = 2$.

Keywords: non-Heisenberg magnetic, phase transition, Habbbrd's operators, nematic phase, tetrahedron phase.

References

1. V. G. Baryahar, V. N. Krivoruchko, D. A. Yablonskiy, *Grin's Function in Theory of Magnetism* (Nauk. Dumka, Kiyv, 1984) [in Russian].
2. A. I. Akhiezer, V. G. Baryahar, S. V. Peletminskiy, *Spin Wave* (Nauka, Moscow, 1967) [in Russian].
3. E. L. Nagaev, *Magnetic with Complex Exchange Interaction* (Nauka, Moscow, 1988) [in Russian].
4. H. H. Chen, P. M. Levy, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1383 (1971).
5. A. M. Turner, R. Barnett, E. Demler and A. Vishwanath, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 190404 (2007).
6. R. Barnett, A. M. Turner, E. Demler, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 180412 (2006).
7. N. Papanikolaou, *Nucl. Phys.* **305**, 367 (1988).
8. A. V. Chubukov, K. I. Ivanova, P. Ch. Ivanov and E. R. Korutcheva, *J. Phys.: Condens. Matter.* **3**, 2665 (1991).
9. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk and B. A. Ivanov, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 097202 (2011).
10. O. A. Kosmachev, Yu. A. Fridman, *Physics of the Solid State* **55**, 737 (2013).
11. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, Ph. N. Klevets, *JMMM* **325**, 125 (2013).
12. R. O. Zaycev, *ZhETF* **68**, 207 (1975).
13. Y. N. Mitsay, Yu. A. Fridman, *Theoretical and Mathematical Physics* **81**, 1194 (1989).
14. V. M. Matveev, *ZhETF* **65**, 1626 (1973).

Поступила в редакцію 11 февраля 2013 г.