

УДК 537.6, 538.9

**РОЗПОДІЛ ВЕКТОРА АНТИФЕРОМАГНЕТИЗМУ ДЛЯ ПЕРІОДИЧНОЇ
СИСТЕМИ ВІДДАЛЕНИХ КРУГОВИХ АНТИТОЧОК У ІЗОТРОПНОМУ
АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ ТА ПАРИ КРУГОВИХ АНТИТОЧОК У
ІЗОТРОПНОМУ ТА ОДНОВІСНОМУ АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ**

Горобець Ю. І.¹, Горобець О. Ю.², Куліш В. В.²

¹*Інститут Магнетизму НАН та МОН України, бульв. Вернадського, 36-б, Київ 03142,
Україна*

²*Національний Технічний Університет України «КПІ», проспект Перемоги, 37, Київ 03056,
Україна*

E-mail: kulish_volv@ukr.net

Робота присвячена теоретичному дослідженню розподілу вектора антиферомагнетизму у півці з ізотропного та одновісного антиферомагнетиків при наявності системи кругових антиточок. Отримано розв'язок рівняння Ландау-Ліфшица для вектора антиферомагнетизму у такій системі антиточок. Для періодичної системи віддалених антиточок у ізотропному антиферомагнетичу, а також для пари антиточок (взагалі, не віддалених) у ізотропному, легковісному та легкоплощинному антиферомагнетичу отримано розподіл вектора антиферомагнетизму за різних граничних умов.

Ключові слова: антиферомагнетик, магнітна тонка плівка, магнітна антиточка, вектор антиферомагнетизму.

PACS: 75.50.Ee, 41.20.Gz, 75.70.Ak

ВСТУП

Як відомо, магнітні наноструктури різних конфігурацій – магнітні квантові точки [1], тонкі магнітні плівки [2], магнітні наносфери [3], нанодропи [4], нанотрубки [5], магнітофотонні кристали [6] та інші наноструктури – інтенсивно досліджуються у останні роки. Такі наноструктури знаходять все більше застосувань у техніці – у пристроях зберігання та передачі інформації [7], у магніторезонансній томографії [8], для магнітного охолодження [9] тощо. Зокрема, перспективними з точки зору технічних застосувань є магнітні точки та їх системи, а також а також магнітні антиточки [10] (отвори у тонких плівках) та їх системи.

Системи феромагнітних [11, 12] та антиферомагнітних [13, 14] точок інтенсивно досліджуються у останні роки. Проте, системи феромагнітних [15, 16] і особливо антиферомагнітних [17] антиточок залишаються порівняно малодослідженими; а відомі дослідження у цьому напрямку присвячені переважно обмінному підмагнічуванню антиферомагнітних антиточок. При цьому системи магнітних антиточок є перспективними з точки зору застосування у техніці – у пристроях зберігання інформації [18], у магнітних хвильоводах [19], як основа магнітних метаматеріалів [20], як двовимірні магнітні кристали [21] тощо. Таким чином, магнітні властивості антиферомагнітних антиточок та їх систем є актуальною темою для дослідження.

В роботі розглядається система кругових антиточок у антиферомагнітній плівці. Для систем антиточок у вигляді пари антиточок у ізотропному та одновісному антиферомагнетіку, а також для періодичної системи віддалених антиточок у ізотропному антиферомагнетіку ми отримуємо розподіл вектора антиферомагнетизму за різних граничних умов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо плівку з двопідграткового антиферомагнетіку товщини d , в якому задано систему кругових антиточок з радіусами R_i та площинними радіус-векторами осей $\{\vec{r}_{0i}\}$, див. Рис. 1 (вісь Oz спрямована нормально до плівки). Нехай густина магнітного моменту підграток антиферомагнетіку (\vec{M}_1 та \vec{M}_2 , відповідно) є всюди однаковою за модулем та протилежною за напрямком, так що $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$, та всюди постійною за модулем, так що $|\vec{M}_1| = |\vec{M}_2| = M_0$, $M_0 = \text{const.}$ (Таким чином, загальний вектор намагніченості $\vec{M} = 0$, а вектор антиферомагнетизму є постійним за модулем: $|\vec{L}| = L_0 = \text{const.}$) Позначимо константи анізотропії антиферомагнетіку β_1 та β_2 , неоднорідні обмінні константи – α_1 та α_2 ($\alpha_1 > 0$), константу енергії однорідного обміну – A .

Задача даної роботи полягає у знаходженні розподілу вектору антиферомагнетизму у такій плівці для періодичної системи віддалених антиточок та пари антиточок (взагалі, не віддалених) за різних граничних умов.

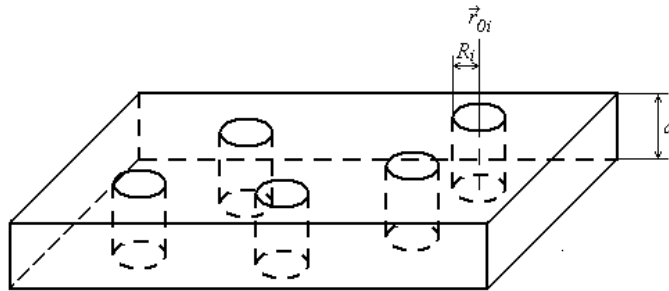


Рис. 1. Антиферомагнітна плівка, що досліджується в роботі.

2. РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯННЯ ЛАНДАУ-ЛІФШИЦА. ЗАГАЛЬНИЙ ВИГЛЯД РОЗПОДІЛУ ВЕКТОРА АНТИФЕРОМАГНЕТИЗМУ

Запишемо рівняння Ландау-Ліфшица для статичного розподілу вектору \vec{L} у антиферомагнітній плівці, яку ми розглядаємо. Застосуємо сферичні координати (r, θ, φ) . Якщо позначити азимутальний та полярний кут вектора \vec{L} як φ_L та θ_L , відповідно, то рівняння запишеться в наступній формі [22, 23]:

$$\begin{cases} c_0^2 \operatorname{div}(\sin^2 \theta_L \nabla \varphi_L) = 0 \\ c_0^2 \Delta \theta_L + \left((gH_0)^2 - c_0^2 \Delta \varphi_L - \omega_0^2 \right) \sin \theta_L \cos \theta_L = 0 \end{cases} \quad (1)$$

тут \vec{H}_0 – зовнішнє магнітне поле, $c_0 = \frac{4\mu_0 M_0}{\hbar} \sqrt{A\alpha_1}$, $\omega_0 = \frac{4\mu_0 M_0}{\hbar} \sqrt{A\beta_1}$. За відсутності зовнішнього поля ($\vec{H}_0 = 0$) рівняння (1) після ділення на величину ω_0^2 стає аналогічним до статичного рівняння для вектору намагніченості у одновісному феромагнетика з обмінною константою α_1 та константою анізотропії β_1 . Це дозволяє використати розв’язки цього рівняння, наведені у [23]. Оберемо наступний розв’язок:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{\operatorname{dn}\left(c\sqrt{|C_1|}P(X, Y, Z), k_1\right)}, \\ \varphi_L = Q(X, Y, Z) \end{cases} \quad (2)$$

тут $X = x/l_0$, $Y = y/l_0$, $Z = z/l_0$, величина $l_0 = \sqrt{\alpha_1/|\beta_1|}$ за $\beta_1 \neq 0$, $l_0 = 1$ за $\beta_1 = 0$; C_1 – константа, яка для цього розв’язку лежить в інтервалі $-1/4 < C_1 < 0$, величини

$$c = \sqrt{\frac{1+2C_1+\sqrt{1+4C_1}}{2|C_1|}}, \quad b = \sqrt{\frac{1+2C_1-\sqrt{1+4C_1}}{2|C_1|}}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{1+4C_1}}{1+2C_1+\sqrt{1+4C_1}}}, \quad (3)$$

$0 < k_1 \leq 1$ – модуль еліптичної функції Якобі. Функції P , Q для системи антиточок, описаній у постановці задачі, можуть бути записані, наприклад, у вигляді

$$\begin{cases} P = \frac{\pm z}{l_0} \Theta(\beta_1) + \sum_i n_i \ln\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0}\right) + C_2, \\ Q = \frac{\pm z}{l_0} \Theta(-\beta_1) + \sum_i \alpha_i n_i + C_3 \end{cases} \quad (4)$$

тут \vec{r} – радіус-вектор точки у площині, $\vec{r}_{0i} = (x_{0i}, y_{0i})$ – площинні радіус-вектори центрів антиточок, n_i – довільні цілі числа, C_2 , C_3 – константи, α_i – азимутальний кут відносно точки \vec{r}_{0i} , так що $\alpha_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{y - y_{0i}}{x - x_{0i}}\right)$, функція

$$\Theta(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi \leq 0 \\ 1, & \xi > 0 \end{cases} \quad (5)$$

Розглянемо тепер конкретні конфігурації антиточок та знайдемо вигляд розв’язку (4) для цих конфігурацій за конкретних граничних умов.

3. ПАРА АНТИТОЧОК У ІЗОТРОПНОМУ АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ

Оберемо функції P та Q наступним чином:

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \frac{|\vec{r}|}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{l_0} \right) + C_2, \\ Q = n_1 \varphi + n_2 \alpha + C_3 \end{cases} \quad (6)$$

тут α – азимутальний кут відносно точки \vec{r}_0 . Такий розподіл відповідає, наприклад, парі антиточок з центрами у початку координат та у точці \vec{r}_0 у ізотропному антиферромагнетіку. Радіуси антиточок R будемо вважати однаковими; для зручності оберемо систему координат так, щоб вісь антиточки 2 знаходилась на півосі $x > 0$, так що $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$, $d > 0$.

Розглянемо випадок, коли ці антиточки не є віддаленими одна від іншої, так що, взагалі, умова $|\vec{r}_0| \gg R$ не виконується. Тоді на поверхнях антиточок функції P та Q будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \frac{R}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} - 2 \frac{R}{d} \cos \varphi} \right) + C_2 \\ Q = n_1 \varphi + n_2 \left(\pi - \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi}{d/R - \cos \varphi} \right) + C_3 \end{cases} \quad (7)$$

на поверхні антиточки 1, та

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} + 2 \frac{R}{d} \cos \alpha} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \\ Q = n_1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \alpha}{d/R + \cos \alpha} \right) + n_2 \alpha + C_3 \end{cases} \quad (8)$$

на поверхні антиточки 2.

Як ми бачимо, найпростіший варіант граничних умов – постійні граничні умови на всій поверхні антиточки – в цьому випадку задати неможливо, оскільки функції P та Q на границі кожної антиточки залежать від локального азимутального кута. Проте, ми можемо задати граничні умови на деяких точках цієї поверхні, наприклад, на відрізках $\varphi = 0$ (для першої антиточки) або $\alpha = 0$ (для другої антиточки). Крім того, ми можемо задати граничні умови на іншому відрізку антиферромагнітної пластини, наприклад, у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Розглянемо різні варіанти граничних умов.

Варіант 1.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$; на поверхні антиточки 1 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\varphi = 0$.

Підставляючи такі граничні умови у розв'язок (2), (6), отримуємо

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{dn\left(c\sqrt{|C_1|}\left(n_1 \ln\left(\frac{|\vec{r} - \vec{e}_x d|}{l_0}\right) + n_2 \ln\left(\frac{r}{l_0}\right) + C_2\right), k_1\right)}, \\ Q = n_1\varphi + n_2\alpha + \varphi_0 \end{cases}, \quad (9)$$

де \vec{e}_x – орт осі Oх, причому константи C_1, C_2 визначаються з умов

$$\begin{cases} c\sqrt{|C_1|}\left(n_1 \ln\left(\frac{d+R}{l_0}\right) + n_2 \ln\left(\frac{R}{l_0}\right) + C_2\right) = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_1, \\ c\sqrt{|C_1|}\left(n_1 \ln\frac{R}{l_0} + n_2 \ln\left(\frac{d-R}{l_0}\right) + C_2\right) = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_2 \end{cases}, \quad (10)$$

тут N_1, N_2 – цілі числа, $F(\xi, k)$ – неповний еліптичний інтеграл першого роду:

$$F(\xi, k) = \int_0^\xi \frac{d\rho}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \rho}}. \quad (11)$$

Системи (9), (10) задають шуканий константи C_1, C_2 .

Варіант 2.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$; в точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\theta_L = \frac{\pi}{2}$.

Розв'язок (2) в даному випадку приймає аналогічний до попереднього варіанту вигляд (9). Знайдемо константи розподілу C_1, C_2 . З граничних умов на поверхні антиточки 2 отримуємо

$$c\sqrt{|C_1|}\left(n_1 \ln\left(\frac{d+R}{l_0}\right) + n_2 \ln\left(\frac{R}{l_0}\right) + C_2\right) = F\left(\arcsin\frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1\right) + 4K(k_1)N_1, \quad (12)$$

де N_1 – деяке ціле число. Розподіл (6) у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ має вигляд

$$\begin{cases} P = (n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2, \\ Q = n_2\pi + C_3 \end{cases}, \quad (13)$$

отже, з граничної умови у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ отримуємо

$$c\sqrt{|C_1|} \left[(n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2 \right] = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_2, \quad (14)$$

де N_2 – деяке ціле число. Система (12), (14) визначає константи C_1 та C_2 .

Варіант 3.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0$; в точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\theta_L = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_L = \varphi_0$.

З граничної умови на поверхні антиточки 2 маємо

$$c\sqrt{|C_1|} \left[n_1 \ln \left(\frac{d+R}{l_0} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right] = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_1, \quad (15)$$

де N_1 – деяке ціле число. Приймаючи до уваги (13), з граничної умови у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ записуємо

$$\begin{cases} c\sqrt{|C_1|} \left[(n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2 \right] = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_2, \\ C_3 = \varphi_0 - n_2\pi \end{cases} \quad (16)$$

де N_2 – деяке ціле число. Система (15), (16) визначає константи C_1 , C_2 , C_3 .

4. ПАРА АНТИТОЧОК У ЛЕГКОПЛОЩИННОМУ АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ

Нехай функції P та Q обрано наступним чином:

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \frac{|\vec{r}|}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{l_0} \right) + C_2, \\ Q = \frac{z}{l_0} + n_1\varphi + n_2\alpha + C_3 \end{cases}, \quad (17)$$

тут α – азимутальний кут відносно точки \vec{r}_0 . Такий розподіл відповідає, наприклад, парі антиточок з центрами у початку координат та у точці \vec{r}_0 у одновісному антиферомагнетику з анізотропією типу «легка площина». Як і у попередньому випадку, вважаємо, що антиточки, взагалі, не є віддаленими і що їх радіуси R є однаковими, і аналогічно оберемо систему координат так, щоб $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$, $d > 0$.

Отже, функції P та Q на поверхнях антиточок мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \frac{R}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} - 2 \frac{R}{d} \cos \varphi} \right) + C_2 \\ Q = \frac{z}{l_0} + n_1 \varphi + n_2 \left(\pi - \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi}{d/R - \cos \varphi} \right) + C_3 \end{cases} \quad (18)$$

на поверхні антиточки 1, та

$$\begin{cases} P = n_1 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} + 2 \frac{R}{d} \cos \alpha} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \\ Q = \frac{z}{l_0} + n_1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \alpha}{d/R + \cos \alpha} \right) + n_2 \alpha + C_3 \end{cases} \quad (19)$$

на поверхні антиточки 2.

Як ми бачимо, через наявність залежності функції Q від z ми не можемо задати постійні граничні умови для φ_L на деякому відрізку $\begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$. Проте, ми можемо задати

їх в деякій точці $\begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$, причому для зручності обрахунків ми можемо обрати нуль

осі Oz площині $z = z_1$. Проілюструємо цей підхід на трьох варіантах граничних умов, аналогічних до попереднього (пара антиточок у ізотропному антиферромагнетику) випадку.

Варіант 1.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0$, $\varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$, $z = 0$; на поверхні антиточки 1 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\varphi = 0$.

З граничної умови для φ_L отримуємо $C_3 = \varphi_0$, так що розв'язок (2), (17) в цьому випадку переписеться

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_L}{2} \right) = \frac{b}{dn \left(c \sqrt{|C_1|} \left(n_1 \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{e}_x d|}{l_0} \right) + n_2 \ln \left(\frac{r}{l_0} \right) + C_2 \right), k_1 \right)}, \\ Q = \frac{z}{l_0} + n_1 \varphi + n_2 \alpha + \varphi_0 \end{cases} \quad (20)$$

причому константи C_1 , C_2 визначаються з аналогічних до попереднього випадку умов

$$\begin{cases} c\sqrt{|C_1|} \left(n_1 \ln \left(\frac{d+R}{l_0} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_1 \\ c\sqrt{|C_1|} \left(n_1 \ln \frac{R}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{d-R}{l_0} \right) + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_2 \end{cases}, (21)$$

де тут N_1, N_2 – цілі числа. Системи (20), (21) задають шуканий розв'язок для граничних умов, які ми розглядаємо.

Варіант 2.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ $\alpha = 0$, $\varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$, $z = 0$; в точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\theta_L = \frac{\pi}{2}.$$

Аналогічно до попереднього варіанту отримуємо отримуємо $C_3 = \varphi_0$, так що розв'язок (2), (17) приймає вигляд (20). Константи розподілу C_1, C_2 визначаються аналогічно до варіанту 2 попереднього випадку: з граничних умов на поверхні антиточки 2 отримуємо

$$c\sqrt{|C_1|} \left(n_1 \ln \left(\frac{d+R}{l_0} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_1, (22)$$

де N_1 – деяке ціле число, з граничних умов у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ отримуємо

$$c\sqrt{|C_1|} \left((n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_2, (23)$$

де N_2 – деяке ціле число. Система (20), (22), (23) визначає шуканий розв'язок для граничних умов, які ми розглядаємо.

Варіант 3.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0$; на відрізку $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\theta_L = \frac{\pi}{2}$, на цьому

ж відрізку в точці $z = 0$ $\varphi_L = \varphi_0$.

Аналогічним чином з граничної умови на поверхні антиточки 2 отримуємо

$$c\sqrt{|C_1|} \left(n_1 \ln \left(\frac{d+R}{l_0} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_1, (24)$$

де N_1 – деяке ціле число. Для функції P у точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix}$, як і у попередньому випадку, виконується $P = (n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2$, звідки

$$c\sqrt{|C_1|} \left((n_1 + n_2) \ln \frac{d}{2l_0} + C_2 \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N_2, \quad (25)$$

де N_2 – деяке ціле число. З граничної умови для φ_L отримуємо

$$C_3 = \varphi_0 - n_2\pi. \quad (26)$$

Система (24), (25), (26) визначає константи C_1 , C_2 , C_3 і разом з (20) задає шуканий розв'язок.

5. ПАРА АНТИТОЧОК У ЛЕГКОВІСНОМУ АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ

Оберемо функції P та Q наступним чином:

$$\begin{cases} P = \frac{z}{l_0} + n_1 \ln \frac{|\vec{r}|}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{l_0} \right) + C_2, \\ Q = n_1\varphi + n_2\alpha + C_3 \end{cases}, \quad (27)$$

де α – азимутальний кут відносно точки \vec{r}_0 . Такий розподіл відповідає, наприклад, парі антиточок з центрами у початку координат та у точці \vec{r}_0 у одновісному антиферомагнетикі з анізотропією типу «легка вісь». Як і у попередньому випадку, вважаємо, що антиточки, взагалі, не є віддаленими і що їх радіуси R є однаковими, і аналогічно оберемо систему координат так, щоб $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$, $d > 0$. Тоді функції P та Q на поверхнях антиточок мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} P = \frac{z}{l_0} + n_1 \ln \frac{R}{l_0} + n_2 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} - 2\frac{R}{d} \cos \varphi} \right) + C_2 \\ Q = n_1\varphi + n_2 \left(\pi - \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi}{d/R - \cos \varphi} \right) + C_3 \end{cases} \quad (28)$$

на поверхні антиточки 1, та

$$\begin{cases} P = \frac{z}{l_0} + n_1 \ln \left(\frac{d}{l_0} \sqrt{1 + \frac{R^2}{d^2} + 2\frac{R}{d} \cos \alpha} \right) + n_2 \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) + C_2 \\ Q = n_1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \alpha}{d/R + \cos \alpha} \right) + n_2\alpha + C_3 \end{cases} \quad (29)$$

на поверхні антиточки 2. Аналогічно до попереднього випадку ми не можемо задавати граничні умови на відрізку $\begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$, але цього разу – через наявність залежності функції θ_L від z – ми маємо задавати в точці граничні умови саме для функції θ_L , і аналогічним чином нуль осі Oz нам зручно обрати в цій точці. Зауважимо, що оскільки через наявність двох констант, C_1 та C_2 , у загальному вигляді функції θ_L для їх визначення ми маємо задавати функцію θ_L у двох точках, то для зручності знаходження розподілу ми можемо обрати ці точки так, щоб їх z -координата співпадала, і покласти нуль відліку z саме в цих точках. Зробивши ці зауваження, ми можемо знаходити розподіл вектора антиферомагнетизму аналогічним до попередніх двох випадків чином. Розглянемо аналогічні три варіанти граничних умов.

Варіант 1.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0, z = 0, \varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$; на поверхні

антиточки 1 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\varphi = 0, z = 0$.

Розв'язок (2), (27) в цьому випадку переписується

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = \frac{b}{dn\left(c\sqrt{|C_1|}\left[\frac{z}{l_0} + n_1 \ln\left(\frac{|\vec{r} - \vec{e}_x d|}{l_0}\right) + n_2 \ln\left(\frac{r}{l_0}\right) + C_2\right], k_1\right)} \\ Q = n_1 \varphi + n_2 \alpha + \varphi_0 \end{array} \right. \quad (30)$$

При підстановці у нього граничних умов можна бачити, що константи розподілу C_1, C_2 задаються тією ж системою (21), що і у попередньому випадку.

Варіант 2.

На поверхні антиточки 2 $\theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0, z = 0, \varphi_L = \varphi_0$ за $\alpha = 0$; в точці $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\theta_L = \frac{\pi}{2}$.

З граничних умов для φ_L аналогічно до попереднього варіанту отримуємо отримуємо $C_3 = \varphi_0$, так що розв'язок (2), (27) має вигляд (30). Система для визначення констант розподілу C_1, C_2 має той же вигляд, що і для варіанту 2 попереднього випадку, так що ці константи задаються системою (22), (23).

Варіант 3.

На поверхні антиточки $2 \theta_L = \frac{\pi}{2}$ за $\alpha = 0, z = 0$; на відрізку $\begin{pmatrix} d/2 \\ 0 \end{pmatrix} \varphi_L = \varphi_0$, на цьому ж відрізку в точці $z = 0 \theta_L = \frac{\pi}{2}$.

Підставляючи граничні умови такого вигляду у розв'язок (2), (27), бачимо, що, незважаючи на інший тип антиферомагнетику та інший вигляд (27) функцій розподілу, константи цього розподілу задаються аналогічною до попереднього випадку системою (24), (25), (26).

6. ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА АНТИТОЧОК У ІЗОТРОПНОМУ АНТИФЕРОМАГНЕТИКУ

Оберемо функції P та Q наступним чином:

$$\begin{cases} P = \sum_i n_i \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right) + C_2 \\ Q = \sum_i \alpha_i n_i + C_3 \end{cases} \quad (31)$$

Такий розподіл відповідає, наприклад, системі антиточок з центрами $\{\vec{r}_{0i}\}$ у плівці з ізотропного антиферомагнетику.

Будемо вважати, що радіуси антиточок R_i задані. Розглянемо випадок, коли антиточки у антиферомагнетику утворюють періодичну структуру з періодом a по осі Ox та періодом b по осі Oy ; причому радіуси антиточок однакові та дорівнюють R . При цьому виконується

$$\vec{r}_{0i} = \vec{r}_0 + a\vec{e}_x p_i + b\vec{e}_y q_i, \quad (32)$$

де p_i, q_i – цілі числа. Через наявність трансляційної симетрії всі коефіцієнти n_i у розподілі (31) рівні між собою: $n_i = n$ для будь-якого i .

Зауважимо, що через періодичність еліптичних функцій ми не можемо розглядати безмежну суму логарифмів у виразі для функції P , проте, ми можемо вважати кількість антиточок обмеженою, але досить великою для того, щоб ми могли користуватись умовою трансляційної симетрії.

Оберемо у якості граничних умов умову постійного значення θ_L та φ_L на границі деякої антиточки. Зауважимо, що для цього необхідно розглядати систему періодичних антиточок, віддалених одна від одної. Справді, при підстановці граничної умови на поверхні $|\vec{r} - \vec{r}_{0i_0}| = R$ деякої антиточки i_0 у розв'язок (31) ми

отримаємо рівняння, в яке входить змінна величина $\sum_{i \neq i_0} n_i \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right)$, залежна від точки цієї поверхні. Але якщо антиточки є віддаленими одна від іншої, так що $|\vec{r}_{0i} - \vec{r}_{0i_0}| \gg R_{i_0}$, цю величину можна наближено вважати постійною і записати для границі антиточки i_0

$$P \approx n \ln \frac{R}{l_0} + n \sum_{i \neq i_0} \ln \left(\frac{|\vec{r}_{0i} - \vec{r}_{0i_0}|}{l_0} \right) + C_2 = n \ln \frac{R}{l_0} + \tilde{C}_2, \quad (33)$$

де $\tilde{C}_2 = n \sum_{i \neq i_0} \ln \left(\frac{|\vec{r}_{0i} - \vec{r}_{0i_0}|}{l_0} \right) + C_2 \approx const$. Зауважимо, що ці міркування є вірними

для будь-якої системи антиточок, заданої розподілом (31), необов'язково періодичної.

Аналогічним чином, в запис граничної умови для φ_L входить змінна величина $\sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\vec{r}_{i_0}) n_i$, якою можна знехтувати за умови $\sum_{i \neq i_0} \Delta \alpha(i, i_0) \ll \frac{\pi}{2}$, де $\Delta \alpha(i, i_0)$ – максимальна різниця між кутами α_i вісі симетрії антиточки i_0 та довільної точки поверхні антиточки i_0 . При цьому через симетрію задачі сума $\sum_{i \neq i_0} \alpha_i(\vec{r}_{i_0}) n_i$ буде

кратною 2π для довільної точки на границі антиточки i_0 , а отже, за такої умови віддаленості антиточок виконується

$$Q(|\vec{r} - \vec{r}_{0i_0}| = R) \approx n \alpha_{i_0} + C_3. \quad (34)$$

Таким чином, ми можемо накласти довільні постійні граничні умови на границі кожної антиточки, якщо ці умови є однаковими для всіх антиточок. Наприклад, ми можемо обрати граничні умови у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \theta_L(|\vec{r} - \vec{r}_{0i_0}| = R) = \frac{\pi}{2} \\ \varphi_L(|\vec{r} - \vec{r}_{0i_0}| = R) = \alpha_{i_0} + \frac{\pi}{2} \pm \pi \end{cases}, \quad (35)$$

що відповідає додатному вихровому розподілу вектору антиферромагнетизму у площині xy на границі кожної антиточки. При цьому $C_3 = \frac{\pi}{2} \pm \pi$, а константа C_1 визначається з умови

$$c \sqrt{|C_1|} \ln \left(\frac{R}{l_0} \right) = F \left(\arcsin \frac{\sqrt{1-b^2}}{k_1}, k_1 \right) + 4K(k_1)N, \quad (36)$$

тут ми поклали $\tilde{C}_2 = 0$ (для повного визначення розподілу потрібно додатково до граничних умов (35) або задати одну з констант C_1 , \tilde{C}_2 , або накласти ще одну граничну умову).

Зауважимо, що вираз для θ_L можна спростити, зважаючи на те, що за умови віддаленості антиточок він наближено зведеться до суми по чотирьом найближчим антиточкам:

$$P = n \sum_i \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right) + C_2 \approx n \sum_{|x-x_i| \leq a, |y-y_i| \leq b} \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right) + \tilde{C}_2 - n \left(\ln \left(\frac{a}{l_0} \right) + \ln \left(\frac{b}{l_0} \right) + \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{l_0} \right) \right) =$$

$$= n \left(\sum_{|x-x_i| \leq a, |y-y_i| \leq b} \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{a}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{b}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{l_0} \right) \right) + \tilde{C}_2 \quad (37)$$

Зокрема, для $\tilde{C}_2 = 0$ шуканий розподіл запишеться

$$\left\{ \begin{aligned} b \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{\theta_L}{2} \right) &= dn \left(cn \sqrt{C_1} \left[\sum_{|x-x_i| \leq a, |y-y_i| \leq b} \ln \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_{0i}|}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{a}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{b}{l_0} \right) - \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{l_0} \right) \right], k_1 \right), \\ \varphi_L &= n \sum_i \alpha_i + \frac{\pi}{2} \pm \pi \end{aligned} \right. \quad (38)$$

причому константа C_1 визначається з умови (36).

Зауважимо, що отриманий розподіл може бути застосований тільки далеко від краю системи антиточок, так що наближення трансляційної симетрії є коректним.

ВИСНОВКИ І ЗАУВАЖЕННЯ

Таким чином, ми записали розв'язок рівняння Ландау-Ліфшица для системи антиточок у плівці з одновісного або анізотропного двошпідіграткового антиферромагнетика. Користуючись цим розв'язком, ми визначили конфігурацію вектора антиферромагнетизму для періодичної системи віддалених антиточок у ізотропному антиферромагнетика, а також для пари антиточок (взагалі, не віддалених) у ізотропному антиферромагнетика, у одновісному антиферромагнетика з анізотропією типу «легка площина» та у одновісному антиферромагнетика з анізотропією типу «легка вісь» для трьох варіантів граничних умов. Ми показали, що для системи антиточок у плівці з одновісного або ізотропного двошпідіграткового антиферромагнетика задання постійних граничних умов на границі деякої антиточки, взагалі, неможливо, але задати граничні умови таким чином можливо, наприклад, для системи віддалених антиточок у ізотропному антиферромагнетика.

Список літератури

1. Study of large area high density magnetic dot arrays fabricated using synchrotron radiation based x-ray lithography / F. Rousseaux, D. Decanini, F. Carcenac, [et al.] // Journal of Vacuum Science & Technology B. – 1995. – Vol. 13. – P. 2787.
2. Казаков В. Г. Тонкие магнитные пленки / В. Г. Казаков // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – Т. 1. – С. 107.
3. Chu P. Exchange/dipole collective spin-wave modes of ferromagnetic nanosphere arrays / P. Chu, D. L. Mills and R. Arias // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol. 73. – P. 094405.
4. Arias R. Theory of spin excitations and the microwave response of cylindrical ferromagnetic nanowires / R. Arias and D. L. Mills // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 63. – P. 134439.
5. Nanotube magnetism / Y. C. Sui, R. Skomski, K. D. Sorge and D. J. Sellmyer // Appl. Phys. Lett. – 2004. – Vol. 84. – P. 1525.

6. Magnetophotonic crystals / M. Inoue, R. Fujikawa, A. Baryshev, [et al.] // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2006. – Vol. 39. – P. R151.
7. Sun X. FePt and CoPt magnetic nanoparticles film for future high density data storage media / X. Sun, Y. Huang and D. E. Nikles // Int. J. Nanotechnol. – 2004. – Vol. 1. – P. 328.
8. Wang Y. X. J. Superparamagnetic iron oxide contrast agents: Physicochemical characteristics and applications in MR imaging / Y. X. J. Wang, S. M. Hussain and G. P. Krestin // Eur. Radiol. – 2001. – Vol. 11. – P. 2319.
9. Shull R. D. Magnetocaloric effect of ferromagnetic particles / R. D. Shull // IEEE Trans. Magn. – 1993. – Vol. 29. – P. 2614.
10. Magnetic domains and flux pinning properties of a nanostructured ferromagnet/superconductor bilayer / M. J. Van Bael, S. Raedts, K. Temst, [et al.] // J. Appl. Phys. – 2002. – Vol. 92. – P. 4531.
11. Magnetic Vortex Core Dynamics in Cylindrical Ferromagnetic Dots / K. Yu. Guslienko, X. F. Han, D. J. Keavney, [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96. – P. 067205.
12. Flux pinning by regular arrays of ferromagnetic dots / M. J. Van Bael, L. Van Look, K. Temst, [et al.] // Physica C: Superconductivity. – 2000. – Vol. 332. – P. 12.
13. Exchange bias effects in submicron antiferromagnetic-ferromagnetic dots prepared by nanosphere lithography / J. Sort, H. Glacysznska, U. Ebels, [et al.] // J. Appl. Phys. – 2004. – Vol. 95. – P. 7516.
14. Size effects on exchange bias in sub-100 nm ferromagnetic-antiferromagnetic dots deposited on prepatterned substrates / V. Baltz, J. Sort, B. Rodmacq, [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2004. – Vol. 84. – P. 4923.
15. Anisotropic Propagation and Damping of Spin Waves in a Nanopatterned Antidot Lattice / S. Neusser, G. Duerr, H. G. Bauer, [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – P. 067208.
16. Magnetization reversal in submicron ferromagnetic dots and antidots arrays / Y. Otani, S. Gu Kim, T. Kohda, [et al.] // IEEE Transactions on Magnetics. – 1998. – Vol. 34. – P. 1090.
17. Exchange bias and its thermal stability in ferromagnetic/antiferromagnetic antidot arrays / W. J. Gong, W. J. Yu, W. Liu, [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2012. – Vol. 101. – P. 012407.
18. Cowburn R. P. Magnetic domain formation in lithographically defined antidot Permalloy arrays / R. P. Cowburn, A. O. Adeyeye and J. A. C. Bland // Appl. Phys. Lett. – 1997. – Vol. 70. – P. 2309.
19. Neusser S. Magnonics: Spin Waves on the Nanoscale / S. Neusser and D. Grundler // Adv. Mater. – 2009. – Vol. 21. – P. 2927.
20. Optical and Magnetic Properties of Hexagonal Arrays of Subwavelength Holes in Optically Thin Cobalt Films / G. Ctistis, E. Papaioannou, P. Patoka, [et al.] // Nano Lett. – 2009. – Vol. 9. – P. 1.
21. Propagating volume and localized spin wave modes on a lattice of circular magnetic antidots / M. Kostylev, G. Gubbiotti, G. Carlotti, [et al.] // J. Appl. Phys. – 2008. – Vol. 103. – P. 07C507.
22. Косевич А. М. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны / А. М. Косевич, Б. А. Иванов и А. С. Ковалев. – Киев : Наук. думка, 1983. – 192 с.
23. Gorobets O. Yu. Degeneration of magnetic states of the order parameter relative to the boundary conditions and discrete energy spectrum in ferromagnetic and antiferromagnetic nanotubes / O. Yu. Gorobets // Chaos, Solitons & Fractals. – 2008. – Vol. 36. – P. 671.

Горобец Ю. И. Распределение вектора антиферромагнетизма для периодической системы удаленных круговых антиточек в изотропном антиферромагнетике и пары круговых антиточек в изотропной или одноосном антиферромагнетике / Ю. И. Горобец, О. Ю. Горобец, В. В. Кулиш // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. Серия : Физико-математические науки. – 2013. – Т. 26 (65), № 2. – С. 38-52.

Работа посвящена теоретическому исследованию распределения вектора антиферромагнетизма в пленке из изотропного и одноосного антиферромагнетиков при наличии системы круговых антиточек. Получено решение уравнения Ландау-Лифшица для вектора антиферромагнетизма в такой системе антиточек. Для периодической системы удаленных антиточек в изотропном антиферромагнетике, а также для пары антиточек (вообще, не удаленных) в изотропном, легкоосном и легкоплоскостном антиферромагнетике получено распределение вектора антиферромагнетизма при различных граничных условиях.

Ключевые слова: антиферромагнетик, магнитная тонкая пленка, магнитная антиточка, вектор антиферромагнетизма.

Gorobets Yu. I. Distribution of the antiferromagnetic vector for a periodic system of remote circular antidots and a couple of circular antidots in an antiferromagnetic film / Yu. I. Gorobets, O. Yu. Gorobets, V. V. Kulish // Scientific Notes of Taurida National V. I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2013. – Vol. 26 (65), No 2. – P. 38-52.

The paper is dedicated to the theoretical investigation of the antiferromagnetic vector distribution in a film composed of an isotropic or uniaxial antiferromagnet in the presence of circular antidots. A solution of the Landau-Lifshitz equation is obtained for the antiferromagnetic vector in such antidot system. The antiferromagnetic vector distribution is obtained for a periodic system of remote antidots in an isotropic antiferromagnet and for a couple of antidots (not remote, in general) in an isotropic antiferromagnet, “easy axis” antiferromagnet and “easy plane” antiferromagnet with various boundary conditions.

Keywords: antiferromagnet, magnetic thin film, magnetic antidot, antiferromagnetic vector.

References

1. F. Rousseaux, D. Decanini, F. Carcenac, E. Cambril, M. F. Ravet, C. Chappert, N. Bardou, B. Bartenlian and P. Veillet, *Journal of Vacuum Science & Technology B* **13**, 2787 (1995).
2. V. G. Kazakov, *Sorosovskiy obrazovatel'nyy zhurnal* **1**, 107 (1997).
3. P. Chu, D. L. Mills and R. Arias, *Phys. Rev. B* **73**, 094405 (2006).
4. R. Arias and D. L. Mills, *Phys. Rev. B* **63**, 134439 (2001).
5. Y. C. Sui, R. Skomski, K. D. Sorge and D. J. Sellmyer, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 1525 (2004).
6. M. Inoue, R. Fujikawa, A. Baryshev, A. Khanikaev, P. B. Lim, H. Uchida, O. Aktsipetrov, A. Fedyanin, T. Murzina and A. Granovsky, *Journal of Physics D: Applied Physics* **39**, R151 (2006).
7. X. Sun, Y. Huang and D. E. Nikles, *Int. J. Nanotechnol.* **1**, 328 (2004).
8. Y. X. J. Wang, S. M. Hussain and G. P. Krestin, *Eur. Radiol.* **11**, 2319 (2001).
9. R. D. Shull, *IEEE Trans. Magn.* **29**, 2614 (1993).
10. M. J. Van Bael, S. Raedts, K. Temst, J. Swerts, V. V. Moshchalkov and Y. Bruynseraede, *J. Appl. Phys.* **92**, 4531 (2002).
11. K. Yu. Guslienko, X. F. Han, D. J. Keavney, R. Divan and S. D. Bader, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067205 (2006).
12. M. J. Van Bael, L. Van Look, K. Temst, M. Langea, J. Bekaerta, U. Mayb, G. Güntherodt, V. Moshchalkova, Y. Bruynseraede, *Physica C: Superconductivity* **332**, 12 (2000).
13. J. Sort, H. Glaczkynska, U. Ebels, B. Dieny, M. Giersig and J. Rybczynski, *J. Appl. Phys.* **95**, 7516 (2004).
14. V. Baltz, J. Sort, B. Rodmacq, B. Dieny and S. Landis, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 4923 (2004).
15. S. Neusser, G. Duerr, H. G. Bauer, S. Tacchi, M. Madami, G. Woltersdorf, G. Gubbiotti, C. H. Back and D. Grundler, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 067208 (2010).
16. Y. Otani, S. Gu Kim, T. Kohda, K. Fukamichi, O. Kitakami and Y. Shimada, *IEEE Transactions on Magnetics* **34**, 1090 (1998).
17. W. J. Gong, W. J. Yu, W. Liu, S. Guo, S. Ma, J. N. Feng, B. Li and Z. D. Zhang, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 012407 (2012).
18. R. P. Cowburn, A. O. Adeyeye and J. A. C. Bland, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 2309 (1997).
19. S. Neusser and D. Grundler, *Adv. Mater.* **21**, 2927 (2009).
20. G. Ctistis, E. Papaioannou, P. Patoka, J. Gutek, P. Fumagalli and M. Giersig, *Nano Lett.* **9**, 1 (2009).
21. M. Kostylev, G. Gubbiotti, G. Carlotti, G. Socino, S. Tacchi, Ch. Wang, N. Singh, A. O. Adeyeye and R. L. Stamps, *J. Appl. Phys.* **103**, 07C507 (2008).
22. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov and A. S. Kovalyov, *Nonlinear magnetization waves. Dynamic and topological solitons* (Nauk. dumka, Kyiv, 1983) [in Russian].

Поступила до редакції 11 жовтня 2013 р.