

УДК 535.1

**ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ И ПРОПУСКАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ
ПЛОСКОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ
ДЛЯ ТЕ- И ТМ-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ**

Яворский М.А.

Univ. Bordeaux, LOMA, UMR 5798, F-33400 Talence, France

E-mail: maxyavorsky@yahoo.com

Получены коэффициенты отражения и прохождения для точных ТЕ- и ТМ – поляризованных Бесселевых пучков при нормальном падении на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред. Показано, что данные коэффициенты совпадают с хорошо известными коэффициентами для s- и р-поляризованных плоских волн. Дано объяснение данного факта, основанное на разложении падающего пучка в угловой спектр.

Ключевые слова: векторные Бесселевы пучки, коэффициенты отражения и прохождения.

ВВЕДЕНИЕ

Среди известных недифрагирующих оптических пучков [1], Бесселевы пучки являются наиболее изученными [2]. Их скалярное приближение характеризуется следующим распределением электрического поля:

$$E(r, \varphi, z) = J_m(\alpha r) e^{i(m\varphi + \beta z - \omega t)}, \quad (1)$$

где (r, φ, z) – цилиндрические координаты, распространение предполагается в z направлении, $J_m(\alpha r)$ – функция Бесселя порядка m (азимутальное число) первого рода; ω – угловая частота, α и β – поперечный и продольный волновые вектора, соответственно, связанные с волновым вектором в вакууме соотношением $k_0 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. Одно из важнейших свойств Бесселевых пучков выражается в том, что они могут быть представлены в виде суперпозиции плоских волн с одинаковыми весами, волновые вектора которых расположены на конусе, образующем угол $\theta = \arctg(\alpha/\beta)$ с осью распространения пучка.

В настоящее время изучение Бесселевых пучков не ограничено только скалярным приближением. Впервые векторные Бесселевы пучки (ВВП) в качестве точных решений уравнений Максвелла были получены в работе [3] в виде ТМ- и ТЕ-поляризованных полей. С тех пор много работ было посвящено изучению ВВП как в вакууме [4, 5], так и в различных средах [6-10]. В частности, была рассмотрена проблема падения ВВП на плоскую границу раздела двух диэлектриков, в

результате чего были получены выражения для преломленных и отраженных волн для случая падения ТМ- и ТЕ-поляризованных пучков.

Однако, не смотря на обилие работ посвященных падению ВБП на плоскую диэлектрическую границу, до сих пор не были получены такие базовые характеристики этого процесса, как отражательная и пропускательная способность границы раздела. Таким образом, целью данной работы является установление вида и анализ коэффициентов отражения и прохождения для случая нормального падения ТЕ- и ТМ-поляризованных ВБП на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред.

1. МОДЕЛЬ И ПОЛЯ ДЛЯ ВБП

Мы рассматриваем падение ТЕ- и ТМ-поляризованных ВБП на плоскую диэлектрическую границу. Предполагается, что падающий пучок распространяется вдоль оси z в среде с показателем преломления n_i при $z < 0$ и падает на плоскую границу, расположенную при $z = 0$, после которой располагается вторая среда с показателем преломления n_t (Рис. 1). Тогда, падающие, отраженные и преломленные поля можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{TM}}^{(q)} &= t_p^{(q)} \left[-\cos \theta_q \mathbf{v}_\perp + i \sin \theta_q J_m(\alpha r) \mathbf{e}_z \right] e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{H}_{\text{TM}}^{(q)} &= t_p^{(q)} n_q \boldsymbol{\mu}_\perp e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{E}_{\text{TE}}^{(q)} &= t_s^{(q)} n_q \boldsymbol{\mu}_\perp e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \\ \mathbf{H}_{\text{TE}}^{(q)} &= t_s^{(q)} n_q \left[\cos \theta_q \mathbf{v}_\perp - i \sin \theta_q J_m(\alpha r) \mathbf{e}_z \right] e^{i(m\varphi + \beta_q z)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где индекс $q = (i, r, t)$ обозначает падающее, отраженное и преломленное поле, соответственно, множитель $e^{-i\omega t}$ опущен, и поперечные вектора \mathbf{v}_\perp и $\boldsymbol{\mu}_\perp$ в цилиндрическом ортонормированном базисе $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_\perp &= J'_m(\alpha r) \mathbf{e}_r + i \frac{m}{\alpha r} J_m(\alpha r) \mathbf{e}_\varphi, \\ \boldsymbol{\mu}_\perp &= i \frac{m}{\alpha r} J_m(\alpha r) \mathbf{e}_r - J'_m(\alpha r) \mathbf{e}_\varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

где $J'_m(x) = dJ_m/dx$, $\alpha = k_q \sin \theta_q$ и $\beta_q = k_q \cos \theta_q$ суть поперечный и продольный волновой вектор и $k_q = k_0 n_q$.

Параметры полей (2), зависящие от индекса q , представлены в Таблице 1.

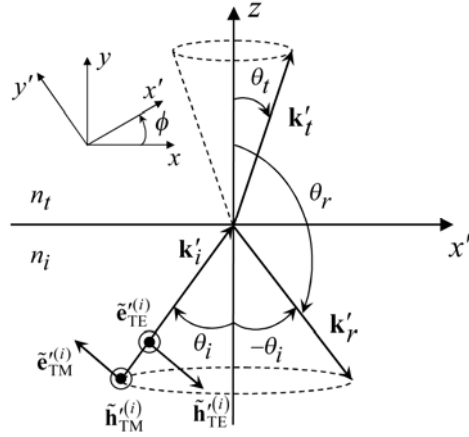


Рис. 1. Отражение и преломление ТМ- и ТЕ-поляризованных ВП от плоской границы раздела диэлектрических сред с показателями преломления n_i ($z < 0$) и n_t ($z > 0$) (здесь для определенности положено $n_t > n_i$). $\tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ и $\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}$ β – векторные Фурье-амплитуды электрического и магнитного полей падающего поля в плоскости (x', z) , где (x', y', z) β – декартова система координат, повернутая на угол ϕ относительно оси z .

Таблица 1

Параметры падающего, отраженного и преломленного полей

q	i	r	t
θ_q	θ_i	$\pi - \theta_i$	$\arcsin\left(\frac{n_i}{n_t} \sin \theta_i\right)$
β_q	$k_i \cos \theta_i$	$-\beta_i$	$\beta_i \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i}$
$t_p^{(q)}$	1	$\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)}$	$\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$
$t_s^{(q)}$	1	$\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$	$\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$

2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ДЛЯ ТМ- И ТЕ-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВП

Имея в своем распоряжении поля (2) мы можем исследовать вопрос о распределении энергии падающего пучка между отраженным и преломленным пучками. Для этой цели определим коэффициент отражения R и прохождения T следующим образом:

$$R = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \left| \frac{\langle N_z^{(r)} \rangle}{\langle N_z^{(i)} \rangle} \right|, \quad T = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \frac{\langle N_z^{(t)} \rangle}{\langle N_z^{(i)} \rangle}, \quad (4)$$

где $\langle N_z^{(q)} \rangle = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \iint_{\Sigma_0} (\mathbf{E}^{(q)} \times \mathbf{H}^{(q)*})_z d\Sigma$ – z -компонента потока вектора

Пойнтинга через принадлежащий границы круг Σ_0 с радиусом r_0 . Используя (2), получаем следующие выражения для потока вектора Пойнтинга падающего, отраженного и преломленного полей:

$$\langle N_z^{(q)} \rangle_{\text{TM}} = |t_p^{(q)}|^2 n_q \cos \theta_q F(r_0), \quad \langle N_z^{(q)} \rangle_{\text{TE}} = |t_s^{(q)}|^2 n_q \cos \theta_q F(r_0), \quad (5)$$

где $F(r_0) = \frac{cr_0^2}{16} \left[J_{m-1}^2(\alpha r_0) + J_{m+1}^2(\alpha r_0) - J_m^2(\alpha r_0) (J_{m-2}^2(\alpha r_0) + J_{m+2}^2(\alpha r_0)) \right]$.

Подставляя (5) в (4), немедленно получаем коэффициенты R и T :

$$R = \begin{cases} |t_p^{(r)}|^2, & \text{TM,} \\ |t_s^{(r)}|^2, & \text{TE.} \end{cases}, \quad T = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \begin{cases} |t_p^{(t)}|^2, & \text{TM,} \\ |t_s^{(t)}|^2, & \text{TE.} \end{cases}. \quad (6)$$

Легко видеть, что полученные коэффициенты (6) оказались не зависящими от азимутального модового числа m . Более того, полученные выражения в случае ТМ мод совпадают с хорошо известными коэффициентами для p -поляризованных плоских волн, в то время как выражения в случае ТЕ мод – с коэффициентами для s -поляризованных плоских волн. Чтобы объяснить данный факт, мы рассмотрим структуру углового спектра ТМ- и ТЕ-поляризованных Бесселевых пучков. Электрическое поле падающего пучка (см. (2)) может быть представлено в следующем виде:

$$\mathbf{E}^{(i)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{E}}^{(i)}(\phi) \exp[i\mathbf{k}_i(\phi)\mathbf{r}] d\phi, \quad (7)$$

где векторная Фурье-амплитуда может быть записана как $\tilde{\mathbf{E}}^{(i)} = i^{1-m} e^{im\phi} \tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ и вещественный вектор $\tilde{\mathbf{e}}^{(i)}$ в декартовом базисе $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TM}}^{(i)} &= (-\cos \theta_i \cos \phi, \quad -\cos \theta_i \sin \phi, \quad \sin \theta_i), \\ \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TE}}^{(i)} &= (\sin \phi, \quad -\cos \phi, \quad 0). \end{aligned} \quad (8)$$

Чтобы понять как поляризованы плоские волны, составляющие Бесселев пучок с ТМ и ТЕ поляризацией, в своих плоскостях падения, необходимо переписать амплитуды (8) в системе координат (x', y', z) , повернутой на угол ϕ вокруг оси z :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{e}}_{\text{TM}}^{(i)} &= (-\cos\theta_i, 0, \sin\theta_i), \\ \tilde{\mathbf{e}}_{\text{TE}}^{(i)} &= (0, -1, 0).\end{aligned}\quad (9)$$

Из (9) ясно видно, что все волны, составляющие ТМ моду, поляризованы в своих плоскостях падения (т.е. $\mathbf{E}_{y'} = 0$) и являются p -поляризованными. В то же время, все волны, составляющие ТЕ моду, поляризованы перпендикулярно своим плоскостям падения (т.е. $\mathbf{E}_{x'} = \mathbf{E}_z = 0$) и являются s -поляризованными. Это и объясняет именно такой вид коэффициентов (6). В конце отметим, что, хотя в случае $m = 0$ структура коэффициентов (6) очевидна и подобное объяснение может показаться излишним, это не так в произвольном случае $m \geq 1$, когда, как в структуре ТМ мод, так и в структуре ТЕ мод, одновременно присутствуют обе компоненты электрического поля, а именно \mathbf{E}_r и \mathbf{E}_ϕ (см. (2)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено нормальное падение на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред точных векторных Бесселевых пучков. Получены коэффициенты отражения и прохождения для точных ТЕ- и ТМ – поляризованных Бесселевых пучков. Показано, что данные коэффициенты совпадают с хорошо известными коэффициентами для s - и p -поляризованных плоских волн. Дано объяснение полученных выражений на основе разложения падающих пучков в угловой спектр.

Список литературы

1. Light beats the spread: "non-diffracting beams" / Mazilu M., Stevenson D. J., Gunn-Moore F. et al // Laser Photon. Rev. – 2010. – Vol. 4, No 4. – P. 529-547.
2. McGloin D. Bessel beams: diffraction in a new light / McGloin D., Dholakia K. // Contemp. Phys. - 2005. – Vol. 46, No 1. – P. 15-28.
3. Shimoda K. Exact solutions of field vectors of diffraction-free electromagnetic waves / Shimoda K. // J. Phys. Soc. Japan. – 1991. – Vol. 60. – P. 450-454.
4. Bouchal Z. Non-diffractive vector Bessel beams / Bouchal Z., Olivik M. // J. Mod. Opt. – 1995. – Vol. 42, No 8. – P. 1555-1566.
5. Brandao P. A. Nonparaxial TE and TM vector beams with well-defined orbital angular momentum / Brandao P. A. // Opt. Lett. – 2012. – Vol. 37, No 5. – P. 909-911.
6. Novitsky A. V. Change of the size of vector Bessel beam rings under reflection / Novitsky A. V. // Opt. Commun. – 2008. – Vol. 281. – P. 5310- 2734.
7. Kurilkina S. N. Transformation of high-order Bessel vortices in one-dimensional photonic crystals / Kurilkina S. N., Belyi V. N., Kazak N. S. // J. Opt. – 2010. – Vol. 12. – P. 015704.
8. Petrova E. S. Bessel light beams in gyrotropic medium / Petrova E. S. // Proc. SPIE – 2001. – Vol. 4358. – P. 265-271.

9. Fadeyeva T. A. Nondiffracting vortex-beams in a birefringent chiral crystal / Fadeyeva T. A., Volyar A. V. // J. Opt. Soc. Am. A – 2010. – Vol. 27, No 1. – P. 13-20.
10. Ciattoni A. Nondiffracting beams in uniaxial media propagating orthogonally to the optical axis / Ciattoni A., Palma C. // Opt. Commun. – 2003. – Vol. 224. – P. 175-183.

Яворський М. О. Коефіцієнти відбиття та проходження плоскої діелектричної границі розподілу для ТЕ- та ТМ – поляризованих Беселевих пучків / Яворський М. О. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2012. – Т. 25(64), № 1. – С. 95-100.

Отримані коефіцієнти відбиття та проходження для ТЕ- та ТМ- поляризованих точних Беселевих пучків при нормальному падінні на границю розподілу двох діелектричних середовищ. Продемонстровано, що ці коефіцієнти співпадають із загально відомими коефіцієнтами для s- та р-поляризованих плоских хвиль. Надано пояснення цього факту, яке засноване на розкладанні пучка, якій падає на границю поділу, у кутовий спектр.

Ключові слова: векторні Беселеві пучки, коефіцієнт відбиття, коефіцієнт проходження.

Yavorsky M. A. Reflectance and transmittance of a plane dielectric interface for TE- and TM-polarized Bessel beams / Yavorsky M. A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2012. – Vol. 25(64), No 1. – P. 95-100.

Reflectance and transmittance of TE- and TM-polarized exact Bessel beams impinging at normal incidents on a plane dielectric interface have been obtained. It is shown that the obtained coefficients coincide with the well-known reflectance and transmission for s- and p-polarized plane waves. The corresponding explanation is provided on the basis of the angular spectrum representation of the incident field.

Keywords: vector Bessel beams, reflectance and transmittance.

Поступила в редакцію 07.04.2012 г.