

Ученые записки Таврического национального университета
им. В. И. Вернадского

Серия «Физико-математические науки»
Том 24 (63) № 1 (2011), с. 112–124.

УДК УДК 551.466.8

А. А. Слепышев, А. В. Носова, В. О. Подрыга

ВОЛНОВОЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ УЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ И ДИФФУЗИИ

Асимптотическим методом многомасштабных разложений исследуются нелинейные эффекты при распространении внутренних волн при учёте турбулентной вязкости и диффузии. Определяется вертикальная составляющая скорости стокового дрейфа, которая при учёте турбулентной вязкости и диффузии отлична от нуля. Определяются вертикальные волновые потоки тепла и соли. Показано, что вертикальная составляющая скорости стокового дрейфа приводит к накапливающейся деформации профиля средней плотности, которая для высших мод может трактоваться, как необратимая тонкая структура, генерируемая волной.

Ключевые слова: внутренние волны, нелинейные эффекты, турбулентная вязкость, диффузия, стоков дрейф

1. ВВЕДЕНИЕ

Механизмы перемешивания в морской среде пока ещё недостаточно изучены. Турбулентность в стратифицированной толще жидкости имеет перемежаемый характер и порождается преимущественно гидродинамической неустойчивостью течений и внутренних волн. Вертикальный обмен обычно связывают с такой перемежаемой или «фоновой» турбулентностью, вводя эффективные коэффициенты турбулентного обмена. Известно, что внутренние волны при учёте турбулентной вязкости и диффузии затухают [1]. В данном случае «фоновая» турбулентность играет роль диссипативного фактора для внутренних волн. Отметим, что при этом появляется фазовый сдвиг между колебаниями вертикальной скорости и плотности (температуры, солёности). За счёт указанного фазового сдвига вертикальный поток тепла $\overline{u_z T}$ отличен от нуля (здесь u_z — вертикальная скорость, T — волновое возмущение температуры, черта сверху означает осреднение по периоду волны). Это же относится и к вертикальному волновому потоку соли. Ниже будет показано, что при

учете турбулентной вязкости и диффузии отлична от нуля вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа, которая тоже вносит свой вклад в волновой тепломассоперенос. При распространении пакета внутренних волн индуцируется среднее эйлерово течение за счет нелинейности [2, 3]. Суммарная скорость дрейфа частиц жидкости складывается из эйлеровой скорости индуцированного среднего течения и скорости стокова дрейфа и, естественно, вносит свой вклад в волновой массоперенос. Представляет интерес сравнить волновые потоки с турбулентными потоками для типичных амплитуд внутренних волн на шельфе Черного моря.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходные нелинейные уравнения гидродинамики для волновых возмущений при учёте турбулентной вязкости и диффузии решаются асимптотическим методом многомасштабных разложений. В первом порядке малости по крутизне волны находится решение линейного приближения и дисперсионное соотношение при реальной стратификации и заданных коэффициентах турбулентной вязкости и диффузии. Находятся погранслоиные волновые решения у дна и свободной поверхности и декремент затухания волны на турбулентности. Определяются вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа. Во втором порядке малости по крутизне волны находится среднее эйлерово течение, индуцированное волной за счет нелинейности. Определяются вертикальные волновые потоки тепла и соли и сравниваются с соответствующими турбулентными потоками. Принимая в качестве исходных уравнений для волновых возмущений, уравнение Навье-Стокса для неоднородной жидкости и вводя безразмерные переменные по формулам (чертой сверху обозначены размерные физические величины).

$$\bar{x}_i = Hx_i \quad (i = 1, 3), \quad \bar{t} = \sqrt{\frac{H}{g}}t, \quad \bar{\zeta}_3 = H\zeta_3, \quad \bar{u}_3 = \sqrt{gH}u_i,$$

$$\overline{\rho_0(x_3)} = \rho_0(0)\rho_0(x_3), \quad \bar{k} = \frac{k}{\lambda}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega\sqrt{gH}}{\lambda},$$

$$\bar{P} = \rho_0(0)gHP, \quad \bar{K}_1 = K_1\mu, \quad \bar{K}_3 = K_3\mu,$$

$$\bar{M}_1 = M_1\mu, \quad \bar{M}_3 = M_3\mu, \quad \varepsilon_2^2 = \mu \frac{1}{g^{\frac{1}{2}}H^{\frac{3}{2}}},$$

где g — ускорение силы тяжести, u_i ($i = 1, 3$) — соответственно горизонтальная и вертикальная компоненты волновой скорости течения, H — глубина океана, $\overline{\rho_0(x_3)}$ — профиль средней плотности, $\bar{\zeta}_3$ — возвышение свободной поверхности, \bar{K}_i , \bar{M}_i — коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии, $\mu = \bar{K}_i$, k — горизонтальное волновое число, ω — частота волны, λ — длина волны, получим систему уравнений гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} &= -\frac{\partial P}{\partial x_1} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\partial x_1} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3}}{\partial x_3}, \\
\frac{\partial u_3}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} &= -\frac{\partial P}{\partial x_3} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1}}{\partial x_1} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3}}{\partial x_3} - \rho, \\
\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} &= \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_1 \frac{\partial \rho}{\partial x_1}}{\partial x_1} + \varepsilon_2^2 \frac{\partial K_3 \frac{\partial \rho}{\partial x_3}}{\partial x_3} - u_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3}, \\
\frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0.
\end{aligned} \tag{1}$$

Граничные условия на свободной поверхности — кинематическое и динамические условия [4]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\zeta_3}{dt} &= u_3, \\
-P + \zeta_3 + 2\varepsilon_2^2 K_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} &= 0, \\
K_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + K_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} &= 0.
\end{aligned} \tag{2}$$

Первые два условия определяют отсутствие нормальных и тангенциальных напряжений. На дне примем условие прилипания:

$$u_3(-1) = 0, \quad u_1(-1) = 0. \tag{3}$$

Граничные условия по плотности первого рода (постоянство плотности на границе):

$$\begin{aligned}
\text{при } x_3 = \bar{\zeta}_3 : \\
\rho = \rho_{K1}(x_1, t) = \text{const},
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\text{при } x_3 = -1 : \\
\rho = \rho_{K2}(x_1, t) = \text{const}.
\end{aligned}$$

Указанные граничные условия сводятся к виду:

$$\begin{aligned}
\text{при } x_3 = 0 : \\
\rho(0) + \zeta_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3} + \zeta_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0,
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\text{при } x_3 = -1 : \\
\rho(-1) = 0.
\end{aligned}$$

Следуя методу асимптотических многомасштабных разложений решение исходной системы уравнений (1) будем искать в виде асимптотического ряда [3]:

$$\begin{aligned}\Psi &= \sum_{n=1} \varepsilon^n \Psi_n(\xi, \tau, z, \theta), \\ \rho &= \sum_{n=1} \varepsilon^n \rho_n(\xi, \tau, z, \theta),\end{aligned}\tag{6}$$

где $\Psi(x_1, x_3, t)$ — функция тока, которая определяет поле волновых скоростей ($\frac{\partial \Psi}{\partial x_3}$ — горизонтальная скорость, $-\frac{\partial \Psi}{\partial x_1}$ — вертикальная скорость), ε — крутизна волны ($\varepsilon \ll \varepsilon_2^2$), $\tau = \varepsilon^2 t$, $\xi = \varepsilon(x - C_g t)$ (C_g — групповая скорость в линейном приближении). Здесь θ — быстрая, ξ и τ — медленные переменные, θ — фаза волны. Волновое число и частота определяются по формулам: $k = \frac{\partial \theta}{\partial x}$, $\omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t}$.

3. ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Подставляя разложение (6) в исходную систему уравнений движения и приравняв члены при одинаковых степенях ε , с точностью до ε^1 получим:

$$\begin{aligned}-\omega \frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta} &= k \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta} + k \frac{\partial}{\partial \theta} \left[k \frac{\partial}{\partial \theta} \left(K_1 k^2 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 k \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \theta \partial x_3} \right) \right] \varepsilon_2^2 + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_3} \left[k^2 K_1 \frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial \theta^2 \partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_3 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_3^2} \right) \right] \varepsilon_2^2,\end{aligned}\tag{7}$$

$$-\omega \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta} - k \frac{\partial}{\partial \theta} \left(M_1 k \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta} \right) \varepsilon_2^2 - \frac{\partial}{\partial x_3} \left(M_3 \frac{\partial \rho_1}{\partial x_3} \right) \varepsilon_2^2 - \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3} k \frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta} = 0,\tag{8}$$

Волновые возмущения функции тока Ψ_1 и плотности ρ_1 представим в виде:

$$\Psi_1 = A \varphi_1 e^{i\theta} + \text{к.с.}, \quad \rho_1 = A n_1 e^{i\theta} + \text{к.с.}\tag{9}$$

Подставляя (9) в уравнения (7), (8) получим уравнения для $\varphi_1(x_3)$ и $n_1(x_3)$:

$$\begin{aligned}&\left(i\omega - k^2 M_1 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \times \\ &\times \left[k^2 \left(k^2 K_1 \varphi_1 - \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} \right) \right) + \frac{d}{dx_3} \left(-k^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) \right) \right] \varepsilon_2^2 - \\ &- i\varepsilon_2^2 \omega \left(k^2 M_1 - \frac{d}{dx_3} \left(M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 = \\ &= \omega^2 \left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 - k^2 \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1,\end{aligned}\tag{10}$$

$$\left(i\omega - k^2 M_1 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) n_1 = -ik \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1$$

Из граничных условий (2), (3) получим с точностью до ε^1 :

на свободной поверхности $x_3 = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{k}{\omega} \varphi_1 - \frac{\omega}{k} \frac{d\varphi_1}{dx_3} - ik\varepsilon_2^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + ik^{-1} \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) - 2i\varepsilon_2^2 K_3 k \\ K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + K_1 k^2 \varphi_1 = 0, \end{aligned}$$

на дне $x_3 = -1$:

$$\varphi_1 = \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0. \quad (11)$$

Граничные условия для функции n_1 имеют вид:

на свободной поверхности $x_3 = 0$:

$$n_1(0) + \frac{k}{\omega_{01}} \varphi_1(0) \frac{d\rho_0}{dx_3} = 0, \quad (12)$$

на дне $x_3 = -1$:

$$n_1(-1) = 0.$$

Первое уравнение (10) имеет малый параметр при старшей производной. Следуя [4, 5], это уравнение при малом ε_2 будем решать асимптотическим методом Люстерника - Вишика, разлагая φ_1 , n_1 , ω в ряды:

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_3) &= \sum_{i=0} \varphi_{1i}(x_3) \varepsilon_2^i + \varepsilon_2 \sum_{i=0} v_i^1 \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} \varepsilon_2^i v_i^0, \\ n_1 &= \sum_{i=0} n_{1i}(x_3) \varepsilon_2^i + \varepsilon_2 \sum_{i=0} w_i^1 \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} \varepsilon_2^i w_i^0, \\ \omega &= \omega_{01} + \varepsilon_2 \omega_{02} + \varepsilon_2^2 \omega_{03} + \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

где $v_i^1((1+x_3)/\varepsilon_2)$, $w_i^1((1+x_3)/\varepsilon_2)$ — погранслойные решения в окрестности дна, $v_i^0(x_3/\varepsilon_2)$, $w_i^0(x_3/\varepsilon_2)$ — погранслойные решения в окрестности свободной поверхности. В нулевом порядке малости по параметру ε_2 получим краевую задачу для φ_{10}

и связь между φ_{10} и n_{10} :

$$\begin{aligned}
 \omega_{01}^2 \left(-k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \varphi_{10} - k^2 \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_{10} &= 0, \\
 \frac{d\varphi_{10}}{dx_3} - \frac{k^2}{\omega_{01}^2} \varphi_{10} \Big|_{x_3=0} &= 0, \\
 \varphi_{10} \Big|_{x_3=-1} &= 0, \\
 n_{10} &= -\frac{k}{\omega_{01}} \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_{10}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Краевая задача для φ_{10} в (14) имеет счетный набор собственных значений k , соответствующих различным номерам мод при фиксированном ω_{01} . Входящие в разложение (13) погранслойные решения v_i^1 и v_i^0 , быстро затухающие при удалении от границы, необходимы для удовлетворения граничных условий (11). Погранслойные решения в окрестности дна, свободной поверхности, функция φ_{12} и декремент затухания волны $\delta\omega = Im \varepsilon_2^2 \omega_{03}$ получены в [6].

4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Осредняя уравнения движения по периоду волны, получим во втором порядке малости по крутизне волны уравнения для неосциллирующей поправки к функции тока $C(\xi, \tau, x_3)$:

$$\varepsilon_2^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left(K_3 \frac{\partial^2 C}{\partial x_3^2} \right) = \left[ki \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\left(-k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \varphi_1 \varphi_1^* \right) + \text{к.с.} \right] A_1 A_1^*, \tag{15}$$

где $A_1 A_1^* = A_1 A_1^* \exp(-2|\delta\omega|\tau)$.

Из (15) следует, что функцию $C(\xi, \tau, x_3)$ следует искать в виде: $C(\xi, \tau, x_3) = c(x_3) A_1 A_1^*$, причём функция $c(x_3)$ удовлетворяют уравнению:

$$\varepsilon_2^2 \frac{d^2}{dx_3^2} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ki \frac{d}{dx_3} \left(\left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 \varphi_1^* \right) + \text{к.с.} \tag{16}$$

Уравнение (16) следует дополнить граничными условиями, вытекающими из (2), (3):

при $x_3 = 0$:

$$ik \varphi_1^* \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + \text{к.с.} = \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right),$$

при $x_3 = 0$:

$$\frac{d^2 c}{dx_3^2} = 0, \quad (17)$$

при $x_3 = -1$:

$$\frac{dc}{dx_3} = c = 0.$$

Подставляя разложение (13) для функций $\varphi_1 x_3$ в уравнения (16) и граничные условия (17), получим уравнение и граничные условия для решений $c(x_3)$ в основной толще жидкости (без учёта пограничных решений у дна и свободной поверхности):

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx_3^2} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = \varphi_{120} \frac{d}{dx_3} \left(\left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_{10} \right) - \\ - \varphi_{10} \frac{d}{dx_3} \left(\left(-k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_{120} \right), \quad (18) \end{aligned}$$

здесь $\varphi_{120} = \frac{\varphi_{12}}{i}$ — действительная функция. Граничные условия для $c(x_3)$:

при $x_3 = 0$:

$$2k \varphi_{120} \frac{d^2 \varphi_{10}}{dx_3^2} - 2k \varphi_{10} \frac{d^2 \varphi_{120}}{dx_3^2} = \frac{d}{dx_3} \left(K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right),$$

при $x_3 = 0$:

$$\frac{d^2 c}{dx_3^2} = 0, \quad (19)$$

при $x_3 = -1$:

$$\frac{dc}{dx_3} = c = 0.$$

Краевая задача (18), (19) при постоянном K_3 решалась аналитически, интегралы вычислялись численно. Горизонтальная и вертикальная и компоненты скорости

среднего течения, индуцированного волной за счёт нелинейности, определяются по формулам:

$$u_{1\text{инд}} = (|\varepsilon A_1|)^2 \frac{dc}{dx_3}, \quad u_{3\text{инд}} = -\varepsilon^2 c(x_3) \frac{\partial |A_1|^2}{\partial x_1}.$$

Индуцируемые пакетом течения и возмущения плотности присутствуют только в области пакета, т.к. C пропорциональна $|A_1|^2$, после прохождения пакета невозмущенный профиль среднего течения и средней плотности восстанавливается. Величина εA_1 находилась по известной величине максимальной амплитуды вертикальных смещений ($\max \zeta = 0.5$ м). Действительно, если функция тока ψ_1 линейного приближения определяется по формуле (9), то можно найти вертикальное смещение ζ , используя соотношение $\frac{\zeta}{t} = u_3$:

$$\zeta = \frac{k}{\omega_{01}} \varphi_{10} \varepsilon A_1 \exp(ikx - i\omega_{01}t) + \text{к.с.}$$

Отсюда следует

$$\varepsilon A_1 = \frac{\max \zeta}{2 \max |\varphi_{10}| \frac{k}{\omega_{01}}}$$

Необходимо заметить, что индуцируемые за счет волновых напряжений течения следует отличать от стокова дрейфа частиц жидкости, который присутствует и в плоской волне. Средняя скорость стокова дрейфа частиц жидкости за счет осциллирующей части волнового поля определяется по формуле [7]:

$$\vec{u}_s = \overline{\int_0^t \vec{u} dt' \nabla \vec{u}}, \quad (20)$$

где \vec{u}_s — поле волновых эйлеровых скоростей, черта сверху означает осреднение по периоду волны. Суммарная скорость дрейфа частиц жидкости складывается из эйлеровой скорости индуцированного среднего течения и скорости стокова дрейфа. Вертикальная компонента скорости стокова дрейфа с точностью до членов, квадратичных по крутизне волны, будет иметь вид:

$$u_{3s} = \varepsilon^2 k^2 \frac{2}{\omega \omega^*} \frac{\delta \omega}{\partial x_3} (\varphi_1 \varphi_1^*) A_1 A_1^* \quad (21)$$

При отсутствии турбулентности, когда коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии равны нулю ($K_i = M_i = 0$), $\delta \omega = 0$ вертикальная компонента скорости стокова дрейфа равна 0. Профиль вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа для внутренних волн низшей моды с периодом 1 ч показан на рис. 1.

Расчёты делались при следующих коэффициентах турбулентной вязкости и диффузии $K_1 = 1$ м²/с, $K_3 = 10^{-4}$ м²/с, $M_1 = 0.5$ м²/с, $M_3 = 0.5 \cdot 10^{-4}$ м²/с и профиле частоты Брента - Ваясяля, показанном на рис. 2. На том же рисунке показаны профили средней температуры и солёности.

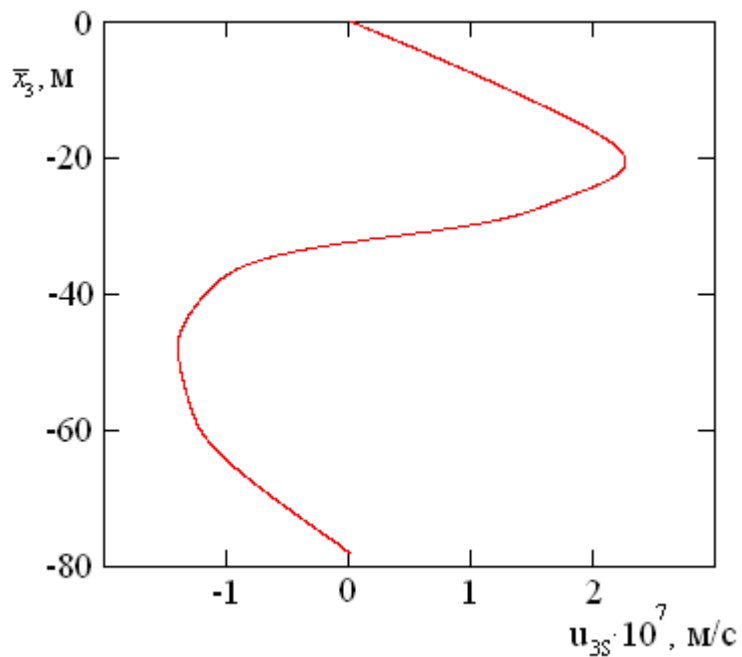


Рис. 1. Вертикальная компонента скорости стокова дрейфа.

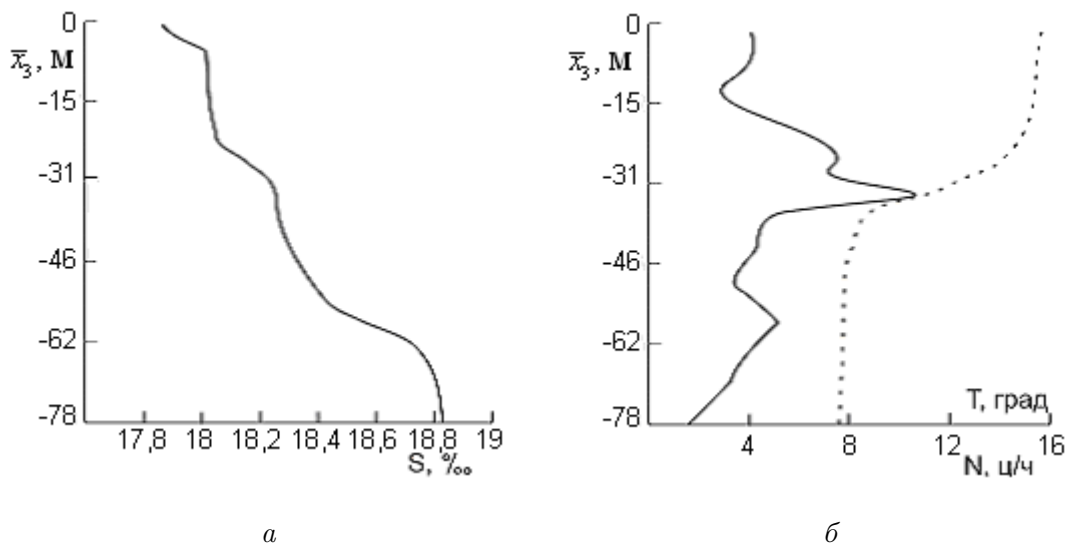


Рис. 2. Вертикальные профили солёности (а), частоты Брента-Вайсяля и температуры (б).

Как отличалось ранее, эйлерово поле скорости индуцированного течения не приводит за время прохождения пакета к перемещению частиц жидкости по вертикали и не вызывает необратимой деформации профиля средней плотности, но учет

стоксова дрейфа по вертикали может привести к остаточной деформации профиля средней плотности. Таким образом, волны за счет отличия от нуля вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа приводит к необратимой деформации профиля средней плотности. Накапливающаяся деформация плотности будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= - \int_0^t u_{3s} \frac{d\rho_0}{dx_3} dt' = \\ &= - \frac{d\rho_0}{dx_3} \cdot 2 \varepsilon^2 k^2 \varepsilon_2^2 \frac{\omega_{030}}{\omega_{01}^2 + \varepsilon_2^4 \cdot \omega_{030}^2} \frac{d}{dx_3} (\varphi_{10} \cdot \varphi_{10}^*) \cdot \int_0^t A_1 A_1^* dt' \quad (22) \end{aligned}$$

После прохождения пакета в интеграле (22) необходимо поставить в верхнем пределе $+\infty$, т.е.

$$\bar{\rho} = - \frac{d\rho_0}{dx_3} \cdot 2 \varepsilon^2 k^2 \varepsilon_2^2 \cdot \frac{\omega_{030}}{\omega_{01}^2 + \varepsilon_2^4 \cdot \omega_{030}^2} \frac{d}{dx_3} (\varphi_{10} \cdot \varphi_{10}^*) \cdot \int_0^{+\infty} A_1 A_1^* dt' \quad (23)$$

Таким образом, внутренние волны при наличии турбулентности производят накапливающуюся со временем необратимую деформацию средней плотности, причём для высших мод такая деформация может интерпретироваться как тонкая структура, генерируемая волной. Сделаем оценку интеграла в (23), учитывая, что $A_1 \cdot A_1^* = A_1 \cdot A_1^* \cdot \exp(-2\varepsilon_2^2 |\delta\omega_{03}| \cdot \tau)$, тогда в пределе слабонелинейной плоской волны (при $A = A_0 = const$) (23) преобразуется к виду:

$$\bar{\rho} = - \frac{d\rho_0}{dx_3} \cdot \frac{k^2}{\omega_{01}^2 + \varepsilon_2^4 \cdot \omega_{030}^2} \frac{d}{dx_3} (\varphi_{10} \cdot \varphi_{10}^*) \cdot \varepsilon^2 A_0 A_0^* \quad (24)$$

На рис. 3 представлен профиль необратимой поправки к средней плотности у внутренних волн низшей моды с периодом 1 час. У второй моды волн с периодом 1 ч профиль вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа показан на рис. 4. У второй моды вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа выше, чем у первой при той же частоте и максимальной амплитуде волны. С уменьшением частоты волны вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа уменьшается при той же максимальной амплитуде волны, в частности, у двадцатиминутных внутренних волн второй моды вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа выше, чем у волн с периодом 1 ч второй моды (рис. 5а). У десятиминутных внутренних волн низшей моды вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа больше, чем у волн с периодом 1 ч и у второй моды двадцатиминутных внутренних волн (рис. 5б).

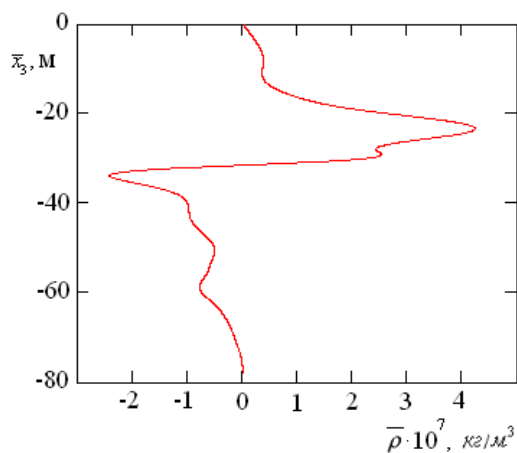


Рис. 3. Необратимая неосциллирующая поправка к средней плотности.

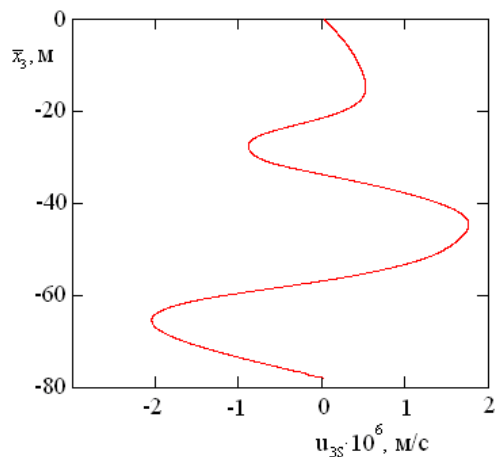


Рис. 4. Вертикальная компонента скорости стокова дрейфа у волны второй моды.

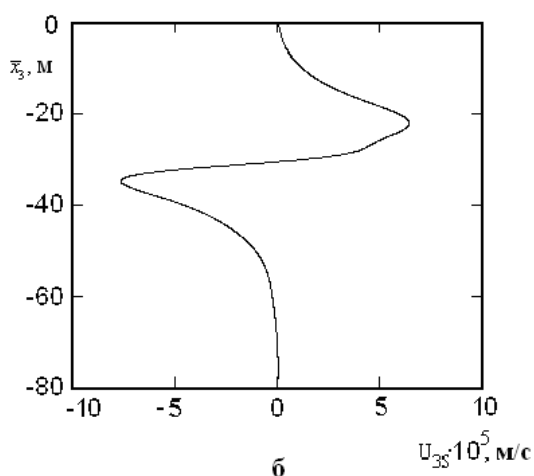
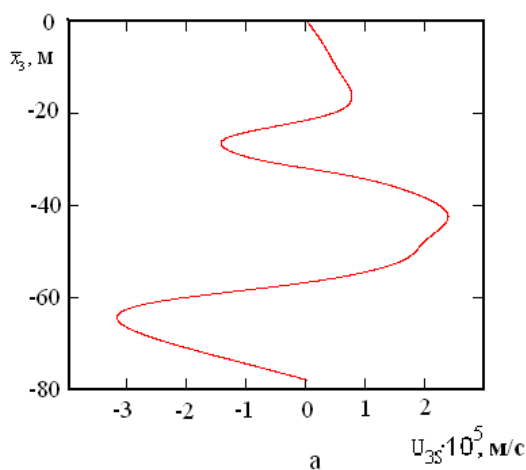


Рис. 5. Вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа у двадцатиминутных внутренних волн второй моды (а) и у десятиминутных внутренних волн первой моды (б).

Такие, казалось бы, маленькие скорости вертикального переноса обуславливают значимый поток массы. На рис. 6 представлены вертикальные потоки тепла и соли у пятнадцатиминутных внутренних волн низшей моды. На этом же рисунке показаны профили и турбулентных потоков тепла и соли.

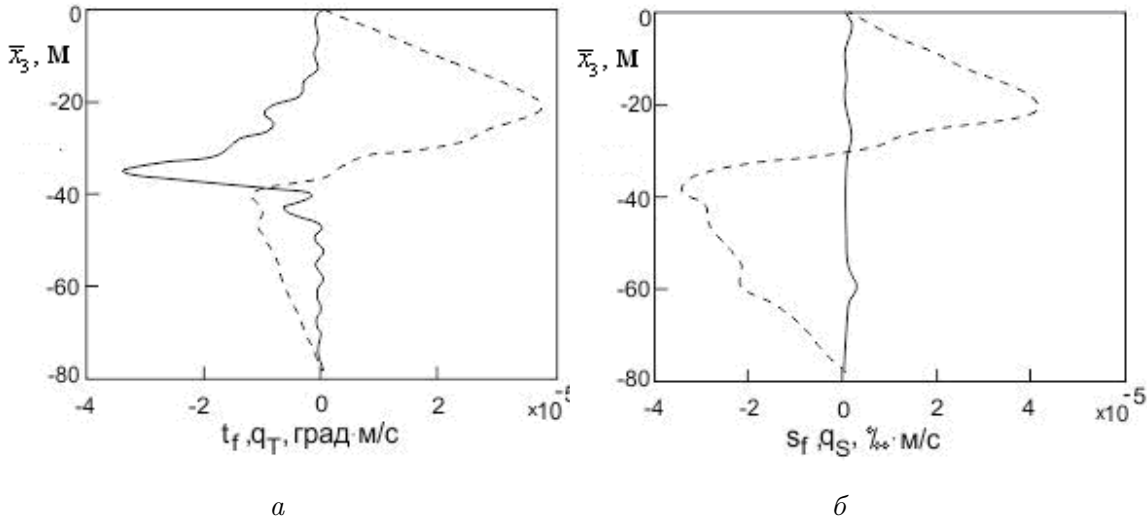


Рис. 6. Профили турбулентных и волновых (пунктирная линия) потоков а - тепла, б - соли.

Турбулентные потоки тепла и соли определялись по формулам:

$$t_f = -M_3 \frac{dT_0}{dx_3}, \quad s_f = -M_3 \frac{dS_0}{dx_3}.$$

Волновой поток тепла определялся по формуле $q_T = \overline{u_3 T} + T_0(x_3)u_{3s}$ ($T_0(x_3)$ — средний профиль температуры, u_{3s} — вертикальная составляющая скорости стоковса дрейфа, T — волновое возмущение температуры, черта сверху означает осреднение по периоду волны). Аналогичным образом определялся поток соли q_s . Причём, определяющий вклад в вертикальный волновой перенос вносит вертикальная составляющая скорости стоковса дрейфа.

Выводы

1. Вертикальная составляющая скорости стоковса дрейфа при учёте турбулентной вязкости и диффузии отлична от нуля и вносит определяющий вклад в волновой перенос.
2. С увеличением частоты волны или номера моды вертикальная составляющая скорости стоковса дрейфа возрастает при неизменной максимальной амплитуде волны.
3. За счёт вертикальной составляющей скорости стоковса дрейфа происходит накапливающаяся деформация профиля средней плотности, которая для высших мод может трактоваться, как необратимая тонкая структура. Это может быть объяснением наблюдаемой тонкой структуры в океане.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. — М.: Мир, 1981. — Ч. 1. — 478 с.
- [2] Борисенко Ю. Д. , Воронович А.Г. , Леонов А.И. , Миропольский Ю.З. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР ФАО. — 1976. — Т. 12. — No. 3. — С. 293–301.
- [3] Grimshaw R. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion. // Stud. In Appl. Math. — 1977. — V. 56. — P. 241–266.
- [4] Черкесов Л.В. Гидродинамика волн, Киев: Наукова Думка, 1980. — 259 с.
- [5] Задорожный А.И. Затухание длинных волн в экспоненциально стратифицированном море // Морские гидрофизические исследования. — 1975. — No. 3. — С. 96–110.
- [6] Слепышев А.А., Мартынова И.С. Нелинейные эффекты при распространении внутренних волн с учётом турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофизический журнал. — 2009. — No. 5. — С. 3–22.
- [7] Longuet – Higgins M.S. On the transport of mass by time varying current // Deep Sea Res. — 1969. — V. 16. — No. 5. — P. 431–447.