

УДК 535.1

## СТРУКТУРА МОД И ЭВОЛЮЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ С АКУСТООПТИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

*Алексеев К.Н., Баршак Е.В., Яворский М.А.*

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина  
E-mail: [mayavorsky@yahoo.com](mailto:mayavorsky@yahoo.com)*

Определены структура оптических мод и спектр постоянных распространения оптического волокна, по которому распространяется изгибная акустическая волна. На основании полученных результатов дано объяснение экспериментально наблюдаемого эффекта модовой конверсии, которая сопровождается изменением частоты оптического поля. Рассмотрена эволюция оптических вихрей в данном волокне.

**Ключевые слова:** акустооптика, оптический вихрь.

### ВВЕДЕНИЕ

Явление взаимодействия между световыми и акустическими волнами в различных средах хорошо изучено в физике [1]. Ряд работ был посвящен изучению акустооптических (АО) эффектов в оптических волокнах [2-10], на основании которых были созданы такие устройства для оптоволоконных систем как амплитудные и фазовые модуляторы, переключатели, частотные преобразователи и т.п. Физическая причина, обуславливающая АО взаимодействие, состоит в том, что акустическая волна создает напряжения в образце, которые, вследствие фотоупругости, вызывают изменения в коэффициенте преломления среды. Это приводит, например, к спариванию различных мод, распространяющихся в оптических волокнах. Кроме того, так как индуцированная волоконная решетка распространяется вместе с акустической волной, дифракция падающего пучка может сопровождаться изменением его частоты на величину частоты акустической волны.

Было установлено [2-10], что изгибная акустическая волна приводит к связи между двумя модами, чьи азимутальные числа отличаются на единицу, например, между  $LP_{0,n}$  и  $LP_{1,n}$  модами (второй индекс является радиальным числом моды). Отметим, что четность спариваемых оптических мод зависит от «поляризации» распространяющейся изгибной волны: для «у-поляризованной» акустической волны четная  $LP_{0,n}$  мода спаривается с нечетной  $LP_{1,n}$  модой. Эффективность передачи энергии между модами зависит от выполнения резонансного условия:  $A = L_B$ , где

$A$  - длина акустической волны и  $L_B = \frac{2\pi}{|\beta_1 - \beta_2|}$  - длина биений между двумя

оптическими модами с постоянными распространения  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , соответственно.

Если это условие строго выполняется, то на некотором расстоянии вдоль волокна вся энергия полностью переносится из одной оптической моды в другую. В противном случае процесс передачи гораздо менее эффективен. С точки зрения волновой оптики, резонансное условие является условием Брэгга, согласно которому, падающие и преломляющиеся волны усиливают друг друга [1]. В терминах фотонно-фононного взаимодействия это условие является ничем иным как законом сохранения импульса [11].

Несмотря на существование большого количества работ, посвященных исследованию АО взаимодействия в оптических волокнах, до сих пор не была решена задача о структуре мод волокон при наличии в них изгибной акустической волны. Между тем, располагая модовой структурой, можно эффективно решать практически важные задачи о распространении произвольных оптических полей в таких волокнах. В частности, актуальной является задача о распространении оптических вихрей (ОВ) [12], которые являются особым видом дислокаций волнового фронта, введенных Наем и Берри [13]. Это объясняется наличием у ОВ ряда уникальных свойств, которые находят свое применение в различных практических приложениях (например, [14-16]).

Таким образом, в данной работе мы преследуем две главных цели. Первая цель – установить структуру мод и спектр постоянной распространения оптических волокон в присутствии изгибной акустической волны. Вторая цель – изучить эволюцию оптических вихрей с единичным топологическим зарядом.

## 1. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ АО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В качестве модели рассмотрим оптическое волокно с круглым поперечным сечением, радиус сердцевины которого  $r_0$  (Рис. 1).

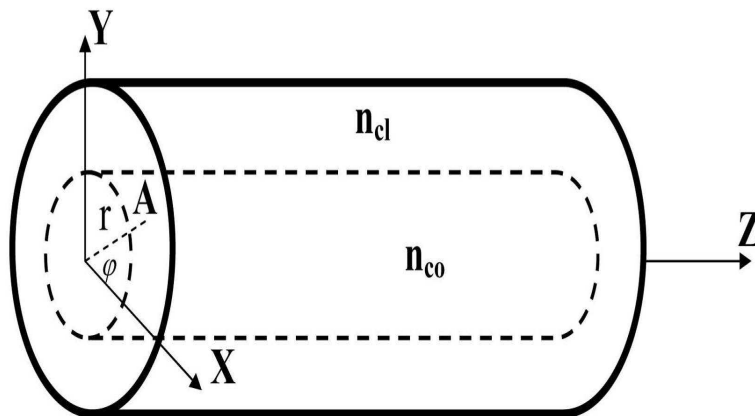


Рис. 1. Модель идеального ступенчатого оптического волокна. Коэффициенты преломления сердцевины и оболочки волокна  $n_{co}$  и  $n_{cl}$ , соответственно.

Коэффициент преломления волокна в присутствии изгибной «у-поляризованной» волны имеет вид [10]:

$$n^2(\mathbf{r}, t) = n^2(\mathbf{r}) + n_{co}^2 (1 + \chi) K^2 U_0 y \cos(\Omega t - Kz), \quad (1)$$

где  $n^2(\mathbf{r}) = n_{co}^2 (1 - 2\Delta \cdot f(\mathbf{r}))$ ,  $\Delta = (n_{co}^2 - n_{cl}^2) / 2n_{co}^2$  – высота профиля показателя преломления,  $n_{co}$  и  $n_{cl}$  – значения показателя преломления в сердцевине и оболочке, соответственно;  $K$ ,  $\Omega$  и  $U_0$  – волновое число, частота и амплитуда акустической волны, соответственно,  $\chi = -0.22$  (для кварца). В этой работе мы рассматриваем волокна со ступенчатым профилем показателя преломления:

$$f(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, R \leq l, \\ 1, R > l, \end{cases} \text{ где } R = \frac{r}{r_0}.$$

Как известно [17], распространение света через диэлектрическую среду описывается векторным волновым уравнением:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (n^2(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}) = -\nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \ln n^2(\mathbf{r}, t)), \quad (2)$$

где  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ ,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\mathbf{E}$  – электрическое поле. В первую очередь, следует отметить, что, принимая во внимание порядок

производных:  $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \propto \omega \mathbf{E}$ ,  $\frac{\partial n^2}{\partial t} \propto \Omega \Delta n$ , где  $\omega$  – частота света,

$\Delta n = n_{co}^2 (1 + \chi) K^2 U_0 r_0$ , и, что обычно  $\frac{\Omega}{\omega} \ll 1$  и  $\frac{n^2}{\Delta n} \ll 1$ , можно пренебречь производными относительно времени в уравнении (2):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (n^2(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}) \approx n^2(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Кроме того, градиентный член в правой части уравнения (2), описывающий спин-орбитальное взаимодействие (СОВ), имеет довольно сложную структуру при наличии АО взаимодействия. В первом приближении имеем:

$$\nabla \ln n^2(\mathbf{r}, t) = \frac{\nabla n^2(\mathbf{r}, t)}{n^2(\mathbf{r}, t)} \approx \nabla \ln n^2(\mathbf{r}) + \mathbf{e}_y \frac{\Delta n}{r_0 n_{co}^2} \cos(\Omega t - Kz), \text{ таким образом,}$$

градиентный член имеет вид:

$$\nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \ln n^2(\mathbf{r}, t)) \approx \nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \ln n^2(\mathbf{r})) + \frac{\Delta n}{r_0 n_{co}^2} \nabla (E_y) \cos(\Omega t - Kz), \quad (4)$$

где первое слагаемое описывает СОВ в идеальных волокнах, в то время как второе слагаемое возникает из-за АО взаимодействия. Легко видеть, что порядок первого члена в (4)  $\frac{\Delta}{r_0^2}$ , а второго –  $\frac{\Delta n}{r_0^2}$ . Мы будем рассматривать слабонаправляющие

оптические волокна ( $\Delta \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ ). В стандартных экспериментах с волоконными АО устройствами  $\Delta n \ll \Delta$ , таким образом, второе слагаемое в (4) может быть отброшено. Далее, принимая во внимание то, что АО взаимодействие в

скалярной части уравнения (2) имеет порядок  $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \Delta n$ , и то, что для стандартных волокон  $r_0 \gg \lambda$ , в первом приближении мы можем пренебречь градиентным членом в уравнении (2) и рассматривать скалярное волновое уравнение:

$$\left\{ \nabla^2 - \left( \frac{n^2(\mathbf{r})}{c^2} + \alpha y \cos(\Omega t - Kz) \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \mathbf{E} = 0, \quad (5)$$

где  $\alpha = \frac{n}{c^2} (1 + \chi) U_0 K^2$ .

Одна из главных особенностей уравнения (5) – нарушение трансляционной инвариантности по времени, поэтому мы будем искать решение в виде ряда Фурье:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) e^{-i(\omega + m\Omega)t}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) получаем следующее уравнение:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ e^{-im\Omega t} \left( \nabla^2 + k_m^2 n^2(\mathbf{r}) \right) + \frac{\alpha y \omega_m^2}{2} \left( e^{-i[(m-1)\Omega t + Kz]} + e^{-i[(m+1)\Omega t - Kz]} \right) \right\} \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) = 0, \quad (7)$$

где  $k_m = \frac{\omega_m}{c}$  и  $\omega_m = \omega + m\Omega$ . Изменим индексы суммирования в членах,

пропорциональных множителям  $e^{-i[(m \mp 1)\Omega t \pm Kz]}$ :  $m \rightarrow m-1$  и  $m \rightarrow m+1$ , соответственно:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-im\Omega t} \left\{ \left( \nabla^2 + k_m^2 n^2(\mathbf{r}) \right) \mathbf{e}_m + \frac{\alpha y}{2} \left( \omega_{m+I}^2 \mathbf{e}_{m+1} e^{-iKz} + \omega_{m-I}^2 \mathbf{e}_{m-1} e^{iKz} \right) \right\} = 0, \quad (8)$$

Так как функции  $e^{-im\Omega t}$  линейно независимы, необходимо потребовать, чтобы все коэффициенты в (8) были равны нулю:

$$\left( \nabla^2 + k_m^2 n^2(\mathbf{r}) \right) \mathbf{e}_m + \frac{\alpha y}{2} \left( \omega_{m+I}^2 \mathbf{e}_{m+1} e^{-iKz} + \omega_{m-I}^2 \mathbf{e}_{m-1} e^{iKz} \right) = 0. \quad (9)$$

Легко заметить, что уравнения в системе (9) не обладают трансляционной инвариантностью по  $z$ . Чтобы восстановить это свойство, введем новые поля:

$$\tilde{\mathbf{e}}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_m(\mathbf{r}) \exp(-imKz). \quad (10)$$

Будем искать решение в факторизованном виде:  $\tilde{\mathbf{e}}_m(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{e}}_m(x, y) \exp(i\beta z)$ , что приводит к следующей системе уравнений:

$$\left( \nabla_t^2 + k_m^2 n^2(\mathbf{r}) - 2mK\beta - (mK)^2 \right) \tilde{\mathbf{e}}_m + \frac{\alpha y}{2} \left( \omega_{m+I}^2 \tilde{\mathbf{e}}_{m+1} + \omega_{m-I}^2 \tilde{\mathbf{e}}_{m-1} \right) = \beta^2 \tilde{\mathbf{e}}_m, \quad (11)$$

где  $\beta$  – постоянная распространения. Система (11) представляет собой бесконечный набор уравнений, описывающих распространение света в оптических волокнах при наличии АО взаимодействия в скалярном приближении.

## 2. РЕЗОНАНСНЫЕ МОДЫ

Перепишем систему (11) для поперечных компонент векторов  $\tilde{\mathbf{e}}_m$  в следующем операторном виде:

$$\left( H_0 + V_{AO} \right) |\psi\rangle = \beta^2 |\psi\rangle, \quad (12)$$

где кет-вектор  $|\psi\rangle = \text{col}(\dots, \tilde{\mathbf{e}}_{-1}, \tilde{\mathbf{e}}_0, \tilde{\mathbf{e}}_{+1}, \dots)$ ,

$H_0 = \nabla_t^2 I + n^2(\mathbf{r}) \text{diag}(\dots, k_{-I}^2 + 2K\beta - K^2, k_0^2, k_{+I}^2 - 2K\beta - K^2, \dots)$  – оператор, определяющий моды идеальных волокон с оптическими частотами  $\omega_m$ ,  $I$  –

единичная матрица,  $V_{AO} = \frac{\alpha y}{2}$  оператор,

$$\begin{pmatrix} \ddots & \omega_{-1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{-2}^2 & 0 & \omega_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{-1}^2 & 0 & \omega_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0^2 & 0 & \omega_2^2 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_1^2 & \ddots \end{pmatrix}$$

характеризующий влияние изгибной акустической волны в скалярном случае. Так как  $V_{AO} \ll H_0$ , структуру мод и соответствующие постоянные распространения можно установить, используя теорию возмущений. Выбор типа данной теории, как известно, зависит от свойств спектра оператора нулевого приближения  $H_0$ .

Соответствующее уравнение нулевого приближения на собственные значения имеет вид:  $(H_0 - \bar{\beta}^2) \left| \psi_m^{(0)} \right\rangle = 0$ , где  $\left| \psi_m^{(0)} \right\rangle = \text{col} \left( \dots, 0, \tilde{\mathbf{e}}_m^{(0)}(x, y), 0, \dots \right)$ . Это приводит

к следующему уравнению на амплитуды  $\tilde{\mathbf{e}}_m^{(0)}$ :

$$\left( \nabla_t^2 + k_m^2 n^2(\mathbf{r}) \right) \tilde{\mathbf{e}}_m^{(0)} = (\bar{\beta} + mK)^2 \tilde{\mathbf{e}}_m^{(0)},$$

решения которого могут быть выбраны в

виде циркулярно-поляризованных ОВ  $|m, \sigma, l\rangle$ , которые в базисе  $\begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_y \end{pmatrix}$  определены

как:

$$|m, \sigma, l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} F_{m,l}(r) \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix} e^{il\varphi}, \quad (13)$$

где  $(r, \varphi)$  – полярные координаты,  $m$  определяет оптическую частоту ОВ,  $\sigma = \pm l$  определяет знак циркулярной поляризации,  $l$  – топологический заряд ОВ, и радиальная функция  $F_{m,l}(r)$  удовлетворяет уравнению [23]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + k_m^2 n^2(r) - \frac{l^2}{r^2} - (\bar{\beta} + mK)^2 \right) F_{m,l}(r) = 0. \quad (14)$$

Собственные значения  $\bar{\beta}_{m,l}$ , соответствующие полям  $|m, \sigma, l\rangle$ , имеют вид:

$$\bar{\beta}_{m,l} = \tilde{\beta}_{m,l} - mK, \quad (15)$$

где  $\tilde{\beta}_{m,l}$  – известная скалярная постоянная распространения [17], соответствующая моде с волновым числом  $k_m$ , радиальное число было опущено. Как следует из (15), при некотором значении вектора  $K$  акустической волны имеет место пересечение двух спектральных линий нулевого порядка  $\bar{\beta}_{m,l}$  и  $\bar{\beta}_{m',l'}$ :

$$K(m,l;m',l') = \frac{\tilde{\beta}_l - \tilde{\beta}_{l'}}{m - m'}, \quad (16)$$

где  $\tilde{\beta}_l \equiv \tilde{\beta}_{0,l} \approx \tilde{\beta}_{m,l}$ , так что в этой точке мы пренебрегаем зависимостью  $\tilde{\beta}_{m,l}$  от индекса  $m$ , потому что  $\tilde{\beta}_{m,l} \approx \tilde{\beta}_{0,l} + m \frac{\Omega}{c}$  и  $\frac{\Omega}{\tilde{\beta}_{0,l} c} \propto \frac{\Omega}{n_{co} \omega} \ll 1$ . Выражение (16)

определяет, какие из мод нулевого порядка  $|m, \sigma, l\rangle$  могут спариваться оператором возмущения  $V_{A0}$  наиболее эффективно, т.е. обеспечивая в резонансном режиме передачу всей энергии от одной моды к другой. Этот факт связан со случайным вырождением в спектре постоянных распространения (15).

Рассмотрим важный для практики случай оптических волокон, поддерживающих распространение только  $l=0$  и  $l=1$  мод. Используя резонансный метод, описанный в [18], получаем следующие моды в базе

$$\begin{pmatrix} e_x(\mathbf{r}, t) \\ e_y(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}:$$

$$\left| \psi_{1,2}^{A_0} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \left[ \sin \theta F_0(\mathbf{r}) + \sqrt{2} \cos \theta F_1(\mathbf{r}) \sin \varphi e^{i(\Omega t - Kz)} \right] e^{i \left( -\omega t + \beta_1^{A_0} z \right)},$$

$$\left| \psi_{3,4}^{A_0} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \left[ \cos \theta F_0(\mathbf{r}) - \sqrt{2} \sin \theta F_1(\mathbf{r}) \sin \varphi e^{i(\Omega t - Kz)} \right] e^{i \left( -\omega t + \beta_2^{A_0} z \right)},$$

$$\left| \psi_{5,6}^{A_0} \right\rangle = \sqrt{2} F_1(\mathbf{r}) \cos \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} e^{i \left[ -(\omega - \Omega)t + (\beta_3^{A_0} - K)z \right]},$$

$$\begin{aligned}
 \left| \psi_{1,2}^{B_0} \right\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \left[ \sin \theta F_0(\mathbf{r}) e^{i(-\Omega t + Kz)} + \sqrt{2} \cos \theta F_1(\mathbf{r}) \sin \varphi \right] e^{i \left( -\omega t + \beta_1^{B_0} z \right)}, \\
 \left| \psi_{3,4}^{B_0} \right\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} \left[ \cos \theta F_0(\mathbf{r}) e^{i(-\Omega t + Kz)} - \sqrt{2} \sin \theta F_1(\mathbf{r}) \sin \varphi \right] e^{i \left( -\omega t + \beta_2^{B_0} z \right)}, \\
 \left| \psi_{5,6}^{B_0} \right\rangle &= \sqrt{2} F_1(\mathbf{r}) \cos \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} e^{i \left( -\omega t + \beta_3^{B_0} z \right)}, \tag{17}
 \end{aligned}$$

где  $\cos 2\theta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + Q^2}}$ ,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ ,  $\varepsilon = K - K_A$ ,  $Q = \frac{\sqrt{2} |\gamma_0|}{\sqrt{\tilde{\beta}_{0,0} \tilde{\beta}_{-1,1}}}$  (мы полагаем

$$|\gamma_0| \approx |\gamma_{\pm 1}|).$$

Соответствующие постоянные распространения имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \beta_{1,2}^{A_0} &= \tilde{\beta}_{0,0} + 0.5 \left( \varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 + Q^2} \right), \quad \beta_3^{A_0} = \tilde{\beta}_{-1,1} + K, \\
 \beta_{1,2}^{B_0} &= \tilde{\beta}_{1,0} + 0.5 \left( -\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 + Q^2} \right), \quad \beta_3^{B_0} = \tilde{\beta}_{0,1}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

Проанализируем полученные результаты. Видно, что гибридные моды в (17) представляют собой суперпозицию мод нулевого порядка с соседними азимутальными числами и с оптическими частотами, отличающимися на акустическую частоту. Энергия, переносимая парциальной модой, определяется параметром  $\theta$ , который существенно зависит от близости акустического волнового вектора  $K$  к его резонансному значению  $K_A$  и от амплитуды  $u_0$  акустической волны. Наиболее сильная гибридизация имеет место при резонансе с  $\varepsilon = 0$  ( $\theta = \frac{\pi}{4}$ ), и гибридные моды в этом случае имеют вид:

$$\left| \psi_{1,2}^{A_0} \right\rangle = \left[ \left| \pm 1, 0 \right\rangle e^{i(-\omega t + \tilde{\beta}_0 z)} + \left| CP \right\rangle_{odd}^{\pm} e^{i[-(\omega - \Omega)t + \tilde{\beta}_1 z]} \right] e^{i \frac{Q}{2} z},$$



$$\begin{aligned}
 \left| \psi_{3,4}^{A_0} \right\rangle &= \left[ \left| \pm 1, 0 \right\rangle e^{i(-\omega t + \tilde{\beta}_0 z)} - \left| CP \right\rangle_{odd}^{\pm} e^{i[-(\omega - \Omega)t + \tilde{\beta}_1 z]} \right] e^{-i \frac{Q}{2} z}, \\
 \left| \psi_{1,2}^{B_0} \right\rangle &= \left[ \left| \pm 1, 0 \right\rangle e^{i[-(\omega + \Omega)t + \tilde{\beta}_0 z]} + \left| CP \right\rangle_{odd}^{\pm} e^{i(-\omega t + \tilde{\beta}_1 z)} \right] e^{i \frac{Q}{2} z}, \\
 \left| \psi_{3,4}^{B_0} \right\rangle &= \left[ \left| \pm 1, 0 \right\rangle e^{i[-(\omega + \Omega)t + \tilde{\beta}_0 z]} - \left| CP \right\rangle_{odd}^{\pm} e^{i(-\omega t + \tilde{\beta}_1 z)} \right] e^{-i \frac{Q}{2} z}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

где  $\left| CP \right\rangle_{odd}^{\pm} = \frac{i}{\sqrt{2}} ( \left| \pm 1, 1 \right\rangle + \left| \pm 1, -1 \right\rangle ) = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} F_1(\mathbf{r}) \sin \varphi$ .

Отметим, что спектр (18) дважды вырожден по состоянию поляризации мод (17) и (19). Отсюда следует, что произвольная суперпозиция таких дважды вырожденных мод также является собственной функцией волокна. Такое свойство мод, во-первых, связано со скалярной природой оператора АО взаимодействия, вызванного изгибной волной, которая действует на все компоненты электрического поля одинаково, и, во-вторых, с пренебрежением в нашем приближении векторным оператором, описывающим СОВ.

Пользуясь выражениями (18) и (19), легко описать фундаментальный эффект АО устройств. А именно, конверсию падающей моды в моду со сдвинутым азимутальным числом и смещенной частотой [2]. Действительно, предположим, что на входном торце волокна поле представляет собой фундаментальную моду  $\left| 1, 0 \right\rangle$ . Таким образом, в волокне при резонансном условии  $\varepsilon = 0$  это поле будет распространяться следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \left| \Psi(z) \right\rangle &= \frac{1}{2} \left( \cos\left(\frac{Qz}{2}\right) \left| 1, 0 \right\rangle e^{i(-\omega t + \tilde{\beta}_0 z)} + \right. \\
 &\left. + i \sin\left(\frac{Qz}{2}\right) \left| CP \right\rangle_{odd}^+ e^{i[-(\omega - \Omega)t + \tilde{\beta}_1 z]} \right). \quad (20)
 \end{aligned}$$

Очевидно, на расстоянии  $L = \frac{\pi}{Q}$  поле будет представлено нечетной модой, имеющей пониженную частоту:

$$\left| \Psi(z) \right\rangle \propto \left| CP \right\rangle_{odd}^+ e^{i[-(\omega - \Omega)t + \tilde{\beta}_1 z]}. \quad (21)$$

Как следует из (23), если резонансное условие не выполнено, только часть энергии переходит от падающего поля к  $|CP\rangle_{odd}^+$  моде. Отметим, что если волокно возбудить полем  $|CP\rangle_{odd}^\pm$ , то на выходном торце волокна длины  $L$  поле будет представлять собой фундаментальную моду  $|\pm 1, 0\rangle$  на повышенной частоте.

### 3. ЭВОЛЮЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ

Рассмотрим практически важную задачу о распространении оптических вихрей с единичным топологическим зарядом по оптическому волокну при наличии изгиба акустической волны. Пусть на входной торце волокна падает вихрь с зарядом  $\pm 1$ :

$$|\Psi_\pm(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} F_l(\mathbf{r}) e^{\pm i\varphi} e^{-i\omega t}. \quad (22)$$

Данное поле возбуждает в волокне определенную суперпозицию мод (19) (предполагаем, что выполняется условие резонанса):

$$\begin{aligned} |\Psi_\pm(z)\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \mp F_0(\mathbf{r}) \sin\left(\frac{Q}{2}z\right) e^{i(-\Omega t + \tilde{\beta}_0 z)} + \right. \\ & \left. + F_l(\mathbf{r}) \left[ \cos\varphi \pm \cos\left(\frac{Q}{2}z\right) \sin\varphi \right] e^{i\tilde{\beta}_l z} \right\} e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (23)$$

Легко видеть, что при прохождении полем секции волокна длиной  $L = \frac{\pi}{Q}$ , оно описывается следующим выражением:

$$\left| \Psi_\pm\left(\frac{\pi}{Q}\right) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \mp F_0(\mathbf{r}) e^{i(-\Omega t + \gamma_0)} + F_l(\mathbf{r}) \cos\varphi e^{i\gamma_l} \right] e^{-i\omega t}, \quad (24)$$

где  $\gamma_{0,l} = \frac{\pi \tilde{\beta}_{0,l}}{Q}$ .

Простой анализ показывает, что данное поле обладает нулевым топологическим зарядом - не несет сингулярность, а представляет собой оптический пучок с плоским волновым фронтом. Другими словами, имеет место топологическая реакция, в результате которой падающий на волокно оптический вихрь разрушается вне зависимости от знака его топологического заряда. Отметим также, что поле (24) представляет собой суперпозицию двух полей с незначительно отличающимися частотами, что приводит к мерцанию интерференционной картины поля с частотой, равной частоте звуковой волны:

$$I_\pm\left(\frac{\pi}{Q}\right) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} F_0^2(\mathbf{r}) + F_l^2(\mathbf{r}) \cos^2\varphi \mp \sqrt{2} F_0 F_l \cos\varphi \cos(\Omega t - \delta\gamma) \right], \quad (25)$$

где  $\delta\gamma = \frac{\pi}{Q}(\tilde{\beta}_0 - \tilde{\beta}_l)$ .

Следует отметить, что описанный процесс не зависит от поляризации оптического вихря вследствие вышеописанного вырождения спектра постоянных распространения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены моды и соответствующие постоянные распространения идеальных оптических волокон, вдоль которых распространяется изгибная акустическая волна. Описана экспериментально наблюдаемая конверсия фундаментальной моды в четную или нечетную  $LP$  моду, которая сопровождается сдвижкой оптической частоты. Показано, что при распространении оптического вихря на длину биений имеет место топологическая реакция, в результате которой вихрь разрушается.

### Список литературы

1. Yariv A. Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation / Yariv A., Yeh P. – New York: John Wiley & Sons, 1984.
2. All-fiber acousto-optic frequency shifter / Kim B.Y. et al // Opt. Lett. – 1986. – V. 11. – P. 389.
3. Analysis of intermodal coupling in a two-mode fiber with periodic microbends / Blake J.N. et al // Opt. Lett. – 1987. – V. 12. – P. 281.
4. Propagation and optical interaction of guided acoustic waves in two-mode optical fibers / Engan H.E. et al // J. Lightwave Technol. – 1988. – V. 6. – P. 428.
5. Acousto-optic frequency shifting in birefringent fiber / Risk W.P. et al // Opt. Lett. – 1984. – V. 9. – P. 309
6. Acousto-optic frequency shifter for single-mode fibres / Nosu K. et al // Electron. Lett. – 1983. – V. 19. – P. 816.
7. Engan H.E. Analysis of polarization-mode coupling by acoustic torsional waves in optical fibers / Engan H.E. // J. Opt. Soc. Am. A – 1996. – V. 13. – P. 112.
8. Dashti P.Z. Observation of orbital angular momentum transfer between acoustic and optical vortices in optical fiber / Dashti P.Z., Alhassen F., Lee H.P. // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V. 96. – P. 043604.
9. Zhao J. Fiber acousto-optic mode coupling between the higher-order modes with adjacent azimuthal numbers / Zhao J., Liu X. // Opt. Lett. – 2006. – V. 31. – P. 1609.
10. Birks T.A. The acousto-optic effect in single-mode fiber tapers and couplers / Birks T.A., Russell P.St.J., Culverhouse D.O. // J. Lightwave Technol. – 1996. – V. 14. – P. 2519.
11. Erdogan T. Fiber grating spectra / Erdogan T. // J. Lightwave Technol. – 1997. – V. 15. – P. 1277.
12. Topological charge and angular momentum of light beams carrying optical vortices / Soskin M.S. et al // Phys. Rev. A. – 1998. – V. 56. – P. 4064.
13. Nye J.F. Dislocations in wave trains / Nye J.F., Berry M.V. // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1974. – V. 336. – P. 165.-190.
14. Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with a Phase Singularity / He H. et al // Phys. Rev. Lett. – 1995. – V. 75. – P. 826.
15. Agarwal G.S. Spatial coherence and information entropy in optical vortex fields / Agarwal G.S., Banerji J. // Opt. Lett. – 2002. – V. 27 – P. 800.
16. Optical vortex coronagraph demonstrated / Shwartzlander G.A. et al // Opt. Expr. – 2008. – V. 16 – P. 10200.
17. Snyder W. Optical waveguide theory / Snyder W., Love J.D. – Chapman and Hall, London, New York, 1985.
18. Davydov A.S. Quantum Mechanics / Davydov A.S. – Pergamon, Oxford, 1976.

**Алексеев К.М.** Структура мод і еволюція оптичних вихорів в оптичних волокнах з акустооптичною взаємодією / Алексеев К.М., Баршак О.В., Яворський М.О. // Вчені записки Таврійського національного університету ім. В.І. Вернадського. Серія: Фізико-математичні науки. – 2010. – Т. 23(62), №3. – С. 42-53.

Визначені структура оптичних мод і спектр сталих поширення оптичного волокна, по якому поширюється вигиниста акустична хвиля. На підставі отриманих результатів дано пояснення експериментально спостережуваного ефекту модовій конверсії, яка супроводжується зміною частоти оптичного поля. Розглянута еволюція оптичних вихорів в цьому волокні.

**Ключові слова:** акустооптика, оптичний вихор.

**Alexeyev C.N.** The structure of the modes and the evolution of optical vortices in optical fibres with acousto-optic interaction / Alexeyev C.N., Barshak E.V., Yavorsky M.A. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Physics and Mathematics Sciences. – 2010. – Vol. 23(62), No.3. – P. 42-53.

The structure of the modes and the spectrum of the propagation constants of optical fibre with propagating acoustic flexural wave are established. On the basis of the obtained results an explanation was given of the experimentally observed effect of the mode conversion, which accompanies the corresponding optical frequency shifting. The evolution of optical vortices in such fibres has been considered.

**Keywords:** acousto-optics, optical vortex.

*Поступила в редакцію 02.11.2010 г.*