

В. О. ПОДРЫГА, А. А. СЛЕПЫШЕВ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗАХВАЧЕННЫХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНОМ ТЕЧЕНИИ

Асимптотическим методом многомасштабных разложений исследуются нелинейные эффекты при распространении захваченных топографических волн при наличии вертикально-неоднородного среднего течения. Исследуется влияние течения на дисперсионные свойства волн. Определяется среднее течение, индуцированное волной, во втором порядке малости по амплитуде волны.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование динамических процессов в придонном слое моря имеет актуальное значение в связи с освоением ресурсов моря: разведкой и добычей полезных ископаемых, строительством буровых платформ, донных транспортных магистралей и трубопроводов. Важный вклад в динамику придонного слоя вносят волновые процессы. Влияние поверхностных волн проявляется до глубин, составляющих половину длины волны, на больших глубинах преобладает влияние внутренних и топографических волн. Баротропные топографические волны, типа захваченных берегом шельфовых и волн Кельвина, достаточно хорошо изучены [1] - [3]. Исследование бароклинных топографических волн сталкивается с трудностями разделения горизонтальной и вертикальной структуры движений из-за наклона дна [4] - [7]. При малом наклоне дна возможно разделение на моды колебаний при условии учёта наклона дна в граничном условии [7], [8]. Энергия бароклинных топографических волн в коротковолновом приближении в стратифицированном море сконцентрирована у дна, т.е. волны захватываются дном [7], [8].

Нелинейные эффекты при распространении как внутренних, так и захваченных топографических волн проявляются в генерации средних течений [9] - [12]. В настоящей работе определяются средние течения, индуцируемые волной за счёт нелинейности при наличии среднего вертикально - неоднородного течения, направленного вдоль изобат. При этом исследуется влияние среднего течения на дисперсионные характеристики захваченных топографических волн.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются свободные захваченные наклонным дном топографические волны над плоским склоном при наличии среднего течения направленного вдоль изобат. Система нелинейных уравнений гидродинамики решается асимптотическим методом многомасштабных разложений. В первом порядке малости по крутизне волны находятся решения линейного приближения и дисперсионное соотношение. Во втором порядке малости по крутизне волны среднее течение, индуцируемое волной за счёт нелинейности.

Исходная система уравнений движения для волновых возмущений в приближении Буссинеска с учетом вращения Земли имеет вид:

$$\begin{aligned}
 u_t + uu_x + vu_y + wu_z + U_0u_x + wU_{0z} - fv &= -\frac{P_x}{\rho_0} \\
 v_t + uv_x + vv_y + wv_z + U_0v_x + fu &= -\frac{P_y}{\rho_0} \\
 w_t + uw_x + vw_y + ww_z + U_0w_x &= -\frac{P_z}{\rho_0} - \frac{g\rho}{\rho_0} \\
 \rho_t + u\rho_x + v\rho_y + w\rho_z + U_0\rho_x + w\frac{d\rho_0}{dz} &= 0 \\
 u_x + v_y + w_z &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u, v, w — компоненты волновых возмущений скорости, ρ, P — волновые возмущения плотности и давления; $\rho_0(z)$ — средняя невозмущенная плотность. Ось x направлена вдоль изобат, ось y направлена в сторону уменьшения глубины, ось z направлена вертикально вверх. Систему уравнений (1) необходимо дополнить граничными условиями "твердой крышки" на наклонном дне $(\vec{u} \cdot \vec{n})|_{z=0} = 0$ и "свободной поверхности" на поверхности моря:

$$-P + g\rho_0\xi = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = w \tag{2}$$

Решение системы (1) в линейном приближении (вертикальная ось направлена вверх) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} w &= w_1(z)e^{ikx-i\sigma t} + k.c., & u &= u_1(z)e^{ikx-i\sigma t} + k.c., & v &= v_1(z)e^{ikx-i\sigma t} + k.c. \\ \rho &= \rho_1(z)e^{ikx-i\sigma t} + k.c., & P &= P_1(z)e^{ikx-i\sigma t} + k.c. \end{aligned} \quad (3)$$

где к.с.- комплексно сопряженные слагаемые, k — волновое число, σ — частота волны. Подставляя (3) в систему (1) получим связь амплитудных функций u_1 , w_1 , v_1 , ρ_1 , P_1 и уравнение для $w_1(z)$ в линейном приближении:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{iw_{1z}}{k}, & \Omega &= \sigma - kU_0 \\ v_1 &= \frac{fw_{1z}}{k\Omega}, & \rho_1 &= \frac{iw_1 \frac{d\rho}{dz}}{-\Omega}, & \frac{P_1}{\rho_0} &= \frac{iw_{1z}}{k^2} \frac{\Omega^2 - f^2}{\Omega} \\ w_{1zz} - \frac{f^2 k U_{0z} w_{1z}}{\Omega(\Omega^2 - f^2)} + w_1 \frac{\Omega}{\Omega^2 - f^2} \left[k^2 \frac{N^2 - \Omega^2}{\Omega} + k U_{0zz} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (4) следует дополнить граничными условиями, следующими из (2):

$$\begin{aligned} w_{1z} &= \frac{(gk^2 - kU_{0z}\Omega)w_1}{\Omega^2 - f^2} & \text{— при } z = H \\ \frac{f}{\Omega k} \tan \gamma w_{1z} &= w_1 & \text{— при } z = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

Краевая задача (4), (5) решалась численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности для частоты Брента - Вайсяля и профиля среднего течения, показанных на рис. 1, 2.

Уклон дна на полигоне измерений в Норвежском море составлял 3^0 . Глубина 1700 метров. Направление изобат составляло 60^0 с зональным направлением. Для исследования влияния среднего течения краевая задача (4), (5) решалась так же при отсутствии течения, т. е. при $U_0 = 0$. График нормированных амплитуд трех компонент скорости для 28 часовых захваченных топографических волн показан на рис. 3, 4, 5.

Для определения средних течений, индуцированных волной за счет нелинейности, осредним исходные уравнения гидродинамики (1) для волновых возмущений по периоду волны, в предельном случае слабонелинейной плоской волны, когда масштаб огибающей волнового пакета существенно больше инерционного периода, получим:

$$\bar{u} = -\frac{1}{f} \frac{d\overline{u_2 u_3}}{dz} = -\frac{2}{\omega k} \frac{d}{dz} \left(w_0 \frac{dw_0}{dz} \right) |A^2| \varepsilon^2,$$

$$\bar{u}_{1\text{инд}} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \bar{v}w}{\partial z} = -\frac{1}{k\Omega} \left[2w_{1H} \frac{d^2 w_{1H}}{dz^2} + 2 \left(\frac{dw_{1H}}{dz} \right)^2 \right],$$

где w_H - нормированное решение краевой задачи (4), (5). Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения показано на рис. 6.

Волновой горизонтальный поток массы определяется по формуле:

$$\overline{u\rho(z)} = \frac{\rho_0 N^2}{gk\Omega} (w_{1HZ} w_{1H}^* + w_{1HZ}^* w_{1H})$$

Вертикальное распределение этого потока показано на рис. 7.

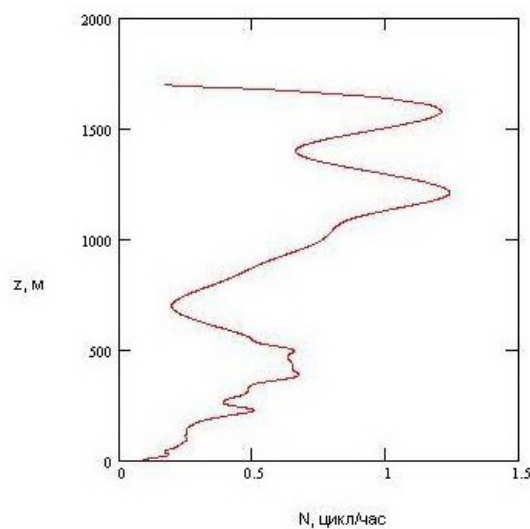


Рис. 1. Вертикальный профиль средней частоты Брента-Вайсяля.

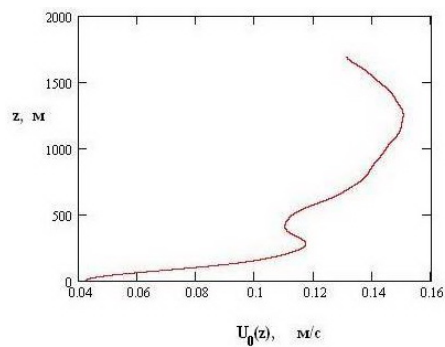


Рис. 2. Профиль скорости среднего течения, направленного вдоль изобат.

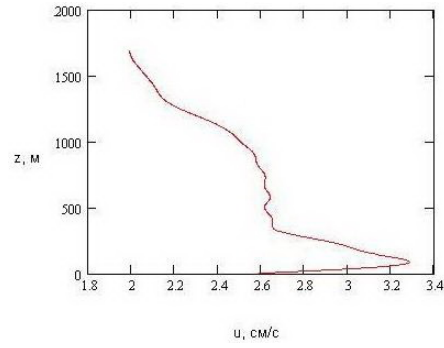


РИС. 3. Вертикальное распределение амплитуды компоненты u горизонтальной скорости.

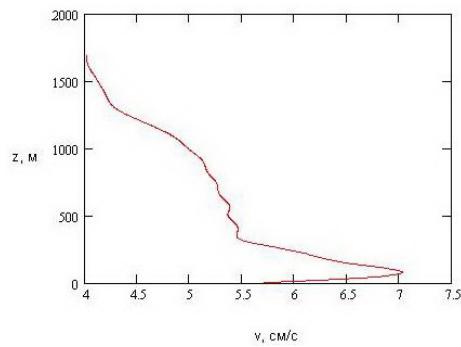


РИС. 4. Вертикальное распределение амплитуды компоненты v горизонтальной скорости.

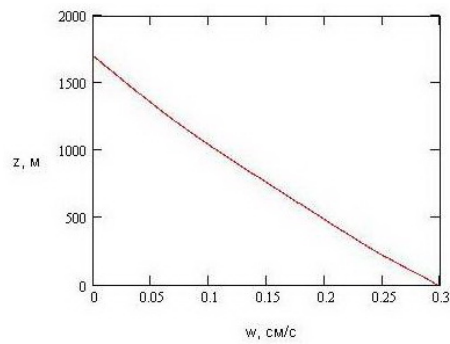


РИС. 5. Вертикальное распределение амплитуды компоненты w горизонтальной скорости.

Сравнение волновых потоков $\overline{u\rho(z)}$ и $\rho_0\bar{u}_{\text{инд}}$ показывает, что второй поток на 4 порядка превышает первый, т. е. индуцированное за счет нелинейности среднее

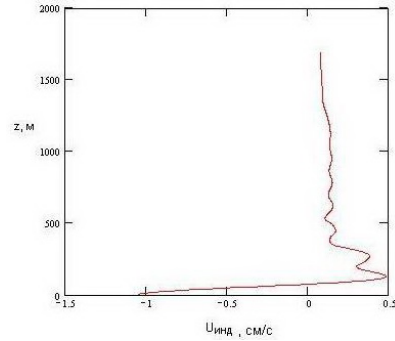


Рис. 6. Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения.

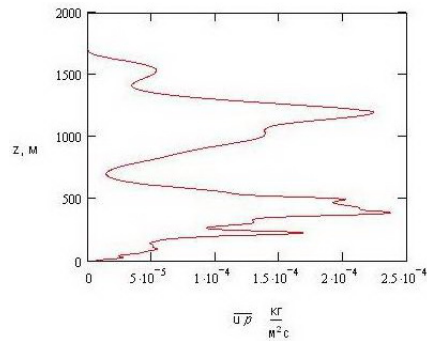


Рис. 7. Вертикальное распределение волнового горизонтального потока массы.

течение вносит определяющий вклад в волновой массоперенос. С целью изучения влияния среднего течения на дисперсионные кривые захваченных топографических волн делался расчет при отсутствии течения, когда течение направлено в положительном направлении оси X (рис. 2) и для противоположно направленного течения (рис. 8). Дисперсионные кривые для всех трех случаев показаны на рис. 9. Сплошная кривая соответствует случаю отсутствия течения, синяя кривая соответствует положительному течению, направленному вдоль изобат в положительном направлении оси X , зеленая кривая - отрицательному течению.

Длина волны при фиксированном периоде на отрицательном течении меньше, чем при отсутствии течения и при наличии положительного течения. Делался расчёт скорости индуцированного за счёт нелинейности среднего течения при отсутствии течения (при $U_0 = 0$, рис. 10).

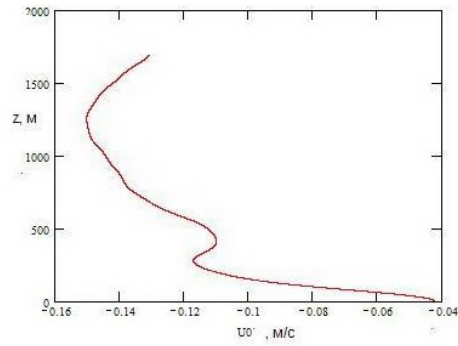


РИС. 8. Вертикальный профиль среднего отрицательного течения.

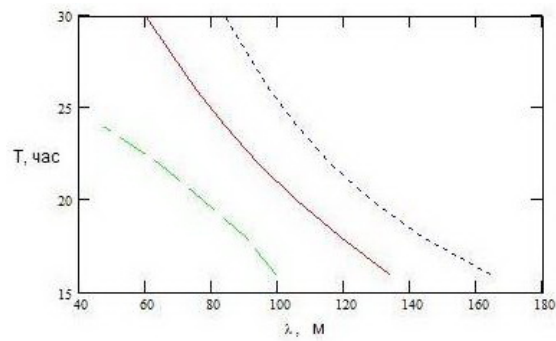


РИС. 9. Дисперсионные кривые захваченных топографических волн с течением, без течения, с отрицательным течением.

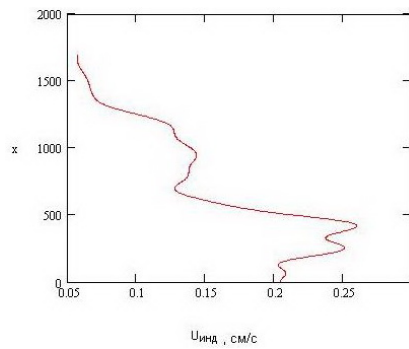


РИС. 10. Вертикальное распределение скорости индуцированного среднего течения при $U_0 = 0$.

Сравнение рис. 6 и рис. 10 показывает, что учёт среднего течения приводит к заметному изменению картины индуцированного за счёт нелинейности течения.

Выводы

В работе исследовались захваченные топографические волны над наклонным дном при реальной стратификации и среднем течении, направленном вдоль изобат. Изучались дисперсионные свойства этих волн. Получена зависимость периода волны от длины волны. Показано, что фазовая скорость направлена таким образом, что более мелкая вода остается справа. Когда течение направлено в положительном направлении оси X , длина волны при фиксированном периоде больше при наличии течения, чем при его отсутствии. Длина волны при фиксированном периоде на отрицательном течении меньше, чем при отсутствии течения и при наличии положительного течения. Определены средние течения индуцированные волной за счет нелинейности. Показано, что определяющий вклад в волновой массоперенос вносит это индуцированное течение, т. к. волновой поток $\rho_0 \bar{u}_{1\text{инд}}$ существенно превышает поток $\overline{u\rho(z)}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Блатов А.С., Иванов В.А. *Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Чёрного моря.* - К.: Наукова Думка, 1992. - 237 С.
- [2] Иванов В.А., Янковский А.Е. *Длинноволновые движения в Чёрном море.* - К.: Наукова Думка, 1992. - 111 С.
- [3] Ле Блон П., Майсек Л. *Волны в океане.* - М.: Мир, 1981. - 1 Ч. - 478 С.
- [4] Huthnance J.M. *On Trapped Waves over a Continental Shelf.* //J. Fluid Mech. - 1975. - V. 69. - P. 689-704.
- [5] Brink K.H. *A comparision of long coastal trapped waves theory with observation off Peru.* //J. Phys. Oceanogr. - 1982. - V. 12. -№ 8. - P. 897-913.
- [6] Ou H.-W. *On the propogation of free topographic Rossby waves near continental margins. Part 1 Analitical model for a wedge.* //J. Phys. Oceanogr. - 1980. - V. 10. -№ 7. - P. 1051-1060.
- [7] Rhines P. *Edge-, bottom-, and Rossby waves in a rotating stratified fluid.* //Geophys. Fluid Dyn. - 1970. - V. 1. - P. 273-302.
- [8] Педлоски Дж. *Геофизическая гидродинамика.* - М.: Мир, 1984. - Т. 2. - 811 С.
- [9] Grimshaw R. *The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion.* //Stud. In Appl. Math. - 1977. - V. 56. - P. 241-266.
- [10] Миропольский Ю.З. *Динамика внутренних гравитационных волн в океане.* - Л.: Гидрометеиздат, 1981. - В. 49. - 217 С.

- [11] Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З. *К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости.* //Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. - 1976. - Т. 12. -№ 3. - 293-301 С.
- [12] Слепышев А.А. *Транспортные свойства придонных топографических волн на шельфе и континентальном склоне.* //Известия РАН. Физика атмосферы и океана. - 2002. - Т. 38. -№ 6. - 841-847 С.