

PP – ВОЛНЫ И ДИНАМИКА СТРУН

Роцулкин С.Н.

ВВЕДЕНИЕ

Космические струны, являющиеся одномерными областями концентрации плотности энергии, возникающие в результате спонтанного нарушения симметрии при фазовых переходах в процессе эволюции Вселенной [1]. В рамках различных моделей теорий великого объединения они проявляются как топологические дефекты (наряду с доменными стенками и монополями) и поэтому представляют собой устойчивые образования. Среди этих структур именно космические струны вызывают повышенный интерес с космологической точки зрения, так как обладают подходящими характеристиками, позволяющими рассматривать космические струны в качестве зародышей для тех неоднородностей плотности вещества в ранней Вселенной, которые обуславливают последующее образование галактик.

Решения типа струн в полевых теориях со спонтанным нарушением симметрии исследовались в многочисленных работах, начиная с работы Нильсона и Ольсена [2]. В которой была рассмотрена простейшая модель взаимодействующих векторного и комплексного скалярного полей.

Космическую струну характеризуют следующие параметры: линейная плотность массы $-\Sigma$ и радиус поперечного сечения ρ_s . Для струн, возникающих в моделях ТВО, они связаны с типичными масштабами масс теории m_{GUT} и константой Хиггса λ соотношениями [3]:

$$G \Sigma = \lambda^{-1} \left(\frac{m_{GUT}}{m_{pl}} \right)^2, \quad \rho_s = l_{pl} \left(\frac{m_{pl}}{m_{GUT}} \right),$$

где m_{pl} и l_{pl} – планковская масса и длина соответственно. Если для оценки выбрать типичными масштабами масс теории $m_{GUT} \approx 10^{15}$ Гэв, $\lambda \approx 10^{-2}$, то можно получить

$$\rho_s \approx 10^{-29} \text{ см}, \quad \Sigma \approx 10^{22} \text{ г/см}.$$

Для описания движения струн в том случае, когда радиус поперечного сечения струны ρ_s много меньше характерного радиуса изгиба струны, используется приближение, в котором положение струны задается линией в D – мерном пространстве-времени. Тогда траекторией струны является двумерная мировая поверхность математически задаваемая функциями $x^M(\tau, \sigma)$, где $\tau; \sigma$ – параметры на мировом листе струны σ – пространственно подобный параметр помечающий точки вдоль струны, для открытых струн он, обычно, изменяется в пределах от 0 до π ; а для

замкнутых от 0 до 2π , τ – времени подобный параметр, являющийся собственным временем для наблюдателя, находящегося на струне, в точке с координатой σ .

В настоящее время космические струны интенсивно изучаются в связи с рядом проблем в космологии [3].

Если допустить, что радиус кривизны струны всегда намного больше ее характерной толщины, то динамику космической струны можно описать действием Намбу-Готто. В этом приближении уравнения движения струны значительно упрощаются и в некоторых случаях могут быть решены точно [1].

Гравитационное поле прямой космической струны в линейном приближении было получено Виленкиным [3]. В этом случае пространство-время имеет конусную особенность и является локально плоским. Тот важный факт, что метрика космической струны является локально плоской, с физической точки зрения означает, что никакими локальными экспериментами невозможно обнаружить ее отличие от метрики плоского пространства времени. Однако их глобальная структура существенно различна, и поэтому можно указать ряд нелокальных физических эффектов, характерных для пространства-времени космической струны [4]. Эти эффекты, в принципе, можно использовать для обнаружения космических струн, возможно сохранившихся в наблюдаемой части Вселенной [5].

ДИНАМИКА СТРУНЫ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ PP – ВОЛНЫ

В предлагаемой вниманию работе рассмотрены точные решения уравнений движения бозонной космической струны в гравитационном поле PP– волн, которые относятся к широкому классу решений уравнений Эйнштейна, допускающих изотропную конгруэнцию с равными нулю сдвигом, вращением и растяжением. В случае однородных PP – волн первая квадратичная форма может быть представлена в следующем виде

$$dS^2 = 2d\xi d\bar{\xi} - 2dudv - \alpha(\xi^2 + \bar{\xi}^2)du^2, \quad (1)$$

где $u = t - z$, $v = t + z$, α – вещественная константа, а $\xi = x + iy$. Можно показать [6], что метрика (1) описывает распространение “сильных” гравитационных волн.

Уравнения движения и связи для струны погруженной в псевдориманово пространство хорошо известны [6]

$$x_{,\tau\tau}^{\mu} - x_{,\sigma\sigma}^{\mu} + \Gamma_{\nu\rho}^{\mu}(G) [x_{,\tau}^{\nu} x_{,\tau}^{\rho} - x_{,\sigma}^{\nu} x_{,\sigma}^{\rho}] = 0, \quad (2)$$

$$G_{\mu\nu} (x_{,\tau}^{\mu} x_{,\tau}^{\nu} + x_{,\sigma}^{\mu} x_{,\sigma}^{\nu}) = 0, \quad (3)$$

$$x_{,\tau}^{\mu} G_{\mu\nu} x_{,\sigma}^{\nu} = 0, \quad (4)$$

где $\Gamma_{\nu\rho}^{\mu}(G)$ – символы Кристоффеля, $x_{,\tau}^{\mu} \equiv \partial x^{\mu} / \partial \tau$, $x_{,\sigma}^{\mu} \equiv \partial x^{\mu} / \partial \sigma$, $\mu = 0, 1, 2, 3$.

Подставляя метрику (1) в уравнения (2)-(4) находим уравнения и связи описывающие динамику космической струны в поле PP – волны

$$x_{,\tau\tau} - x_{,\sigma\sigma} + \alpha x (u_{,\tau}^2 - u_{,\sigma}^2) = 0, \quad (5)$$

$$y_{,\tau\tau} - y_{,\sigma\sigma} - \alpha y (u_{,\tau}^2 - u_{,\sigma}^2) = 0, \quad (6)$$

$$u_{,\tau\tau} - u_{,\sigma\sigma} = 0. \quad (7)$$

$$v_{,\tau\tau} - v_{,\sigma\sigma} + 4\alpha(xx_{,\tau} - yy_{,\tau})u_{,\tau} - 4\alpha(xx_{,\sigma} - yy_{,\sigma})u_{,\sigma} = 0. \quad (8)$$

$$x_{,\tau}^2 + x_{,\sigma}^2 + y_{,\tau}^2 + y_{,\sigma}^2 - u_{,\tau}v_{,\tau} - u_{,\sigma}v_{,\sigma} - \alpha(x^2 - y^2)(u_{,\tau}^2 + u_{,\sigma}^2) = 0. \quad (9)$$

$$2(x_{,\tau}x_{,\sigma} + y_{,\tau}y_{,\sigma}) - u_{,\tau}v_{,\sigma} - u_{,\sigma}v_{,\tau} - 2\alpha(x^2 - y^2)u_{,\tau}u_{,\sigma} = 0. \quad (10)$$

Рассмотрим решение уравнения (7) вида

$$u(\tau) = p_n \tau. \quad (11)$$

где P_n – константа интегрирования. В этом случае уравнения (5), (6), (8)-(10) принимают вид

$$x_{,\tau\tau} - x_{,\sigma\sigma} + \alpha p_n^2 x = 0. \quad (12)$$

$$y_{,\tau\tau} - y_{,\sigma\sigma} - \alpha p_n^2 y = 0. \quad (13)$$

$$v_{,\tau\tau} - v_{,\sigma\sigma} + 4\alpha p_n (xx_{,\tau} - yy_{,\tau}) = 0. \quad (14)$$

$$x_{,\tau}^2 + x_{,\sigma}^2 + y_{,\tau}^2 + y_{,\sigma}^2 - p_n v_{,\tau} - \alpha p_n^2 (x^2 - y^2) = 0. \quad (15)$$

$$2(x_{,\tau}x_{,\sigma} + y_{,\tau}y_{,\sigma}) - p_n v_{,\sigma} = 0. \quad (16)$$

Используя уравнения (12)-(14) легко показать, что связи (15), (16) не противоречивы.

Уравнения (12), (13) являются условиями интегрируемости уравнений (15), (16), а уравнение (14) – следствие уравнений (12), (13). Таким образом динамика струны определяется уравнениями (12), (13).

Уравнения (12), (13) – линейные и их решения могут быть представлены в следующем виде:

$$y(\tau, \sigma) = \sum_{n=0}^{[\sqrt{\alpha} p_n]} c_n \operatorname{sh}(\sqrt{\alpha p_n^2 \tau - n^2 \tau} + d_n \operatorname{ch}(\sqrt{\alpha p_n^2 \tau - n^2 \tau}) e^{in\sigma} + \quad (17)$$

$$+ \sum_{n=[\sqrt{\alpha} p_n]+1}^{\infty} e_n \cos(\sqrt{n^2 - \alpha p_n^2} \tau + f_n \sin(\sqrt{n^2 - \alpha p_n^2} \tau) e^{in\sigma},$$

$$x(\tau, \sigma) = \sum_n \left[a_n \cos(\sqrt{n^2 + \alpha p_n^2} \tau + b_n \sin(\sqrt{n^2 + \alpha p_n^2} \tau) \right] e^{in\tau}. \quad (18)$$

где $[\sqrt{\alpha} p_n]$ – целая часть числа $\sqrt{\alpha} p_n$. Коэффициенты $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n$ – определяются из начальных данных, причем для замкнутой струны должны выполняться условия периодичности по σ , а для открытой струны ($\sigma = 0, l$) (со свободными концами) натяжение на концах струны равно нулю, т.е.

$$x_{,\sigma}(\tau, 0) = x_{,\sigma}(\tau, l) = y_{,\sigma}(\tau, 0) = y_{,\sigma}(\tau, l) = 0. \quad (19)$$

ВЫВОДЫ

Решения (17), (18) показывают что действие pp-волны на струну эквивалентно действию анизотропной упругой среды, причем у одной степени свободы колебаний струны спектр смещается вправо (фиолетовое смещение), а у другой – влево (красное смещение).

Список литературы

1. Vachaspati T., Vilenkin A. Formation and evolution of cosmic strings. Phys. Rev. D. 30. 1984. p. 2036-2045.
2. Nielsen H.B. and Olsen P. Vortex line models for dual strings. Nucl. Phys. – 1973. – Vol. B 61. – p.45–54.
3. Vilenkin A. Cosmic strings and domain walls. Phys. Reports. Vol. 121. 1985. – p. 265-315.
4. Серебряный Е.М., Скоржинский В.Д., Фролов В.П. Физические эффекты в гравитационном поле космической струны. Труды Физического Института им. П.Н. Лебедева. Квантовая теория и гравитация т. 197. 1989г. – с. 166–180.
5. Schild R. Masnyak I.S., Hnatyk B.I. and Zhdanov V.I. Anomalous fluctuations in observations of Q0957+561A.B: smoking gun of cosmic string? Preprint Astro-ph/0406434v1.
6. Крамер Д., Штефани Х., Мак-Куллум М. Точные решения уравнений Эйнштейна. М. Наука. 1982г. – 415с.

Поступила в редакцию 10.11.2004 г.