

Ученые записки Таврического национального университета им. В. И. Вернадского

Серия "Математика. Механика. Информатика и Кибернетика" N 1 (2003) 63 -- 73

УДК 517.98

## АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ УСТАНОВИВШИХСЯ ТЕЧЕНИЯХ В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ МОРЯ.

Э.И.БЕЛОУСОВА

ЧЕРНОМОРСКИЙ ФИЛИАЛ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

г.СЕВАСТОПОЛЬ, УКРАИНА

БЕЛОУСОВ В.В.

МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ АКАДЕМИИ НАУК УКРАИНЫ

г.СЕВАСТОПОЛЬ, УКРАИНА

Впервые автомодельное решение задачи о расчете скорости течения в однородном море было получено в работе [1]. Установлена ассиметричность реакции воды относительно направления ветра. Показано, что ослабевающий от берега ветер (бриз) формирует течение, скорость которого при сгоне больше, чем при нагоне. В настоящей работе исследуется влияние неравномерного ветра на структуру течений в неоднородном море. Установлена автомодельность процесса, когда дно прибрежной зоны представляет собой наклонную плоскость, а скорость ветра и температура убывают при удалении от берега.

Направим ось  $Y$  вдоль прямолинейного берега, ось  $X$  - перпендикулярно к нему, ось  $Z$  - вертикально вниз. Начало координат поместим на невозмущенной поверхности моря. Предполагая, что вдоль берега характеристики течения не меняются, запишем уравнения движения, состояния, неразрывности, диффузии тепла и граничные условия в виде [2]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g \frac{d\zeta}{dx} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$u \frac{\partial \tau}{\partial x} + w \frac{\partial \tau}{\partial z} = K \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2}. \quad (3)$$

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\tau), \quad (4)$$

$$z = 0 \quad A \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{T_x}{\rho_0}, \quad w = 0, \quad (5)$$

$$a_0 \frac{\partial \tau}{\partial z} + b_0 \tau = \Gamma_0, \quad (6)$$

$$z = H \quad u = w = 0, \quad (7)$$

$$a_H \frac{\partial \tau}{\partial z} + b_H \tau = \Gamma_H, \quad (8)$$

$$\int_0^H u dz = 0, \quad (9)$$

где  $u$ ,  $w$  - составляющие скорости течения вдоль осей  $X$ ,  $Z$  - соответственно;  $\zeta$  - отклонение поверхности моря от горизонтального положения;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $A$  - кинематический коэффициент вертикального обмена количеством движения;  $K$  - коэффициент вертикальной турбулентной диффузии;  $H = H(x)$  - глубина;  $T_x$  - тангенциальное напряжение ветра;  $\rho$  и  $\tau$  - плотность и температура воды соответственно;  $\rho_0 = 1 \text{ г·см}^{-3}$ ;  $a_0, b_0, \Gamma_0, a_H, b_H, \Gamma_H$  - известные функции;  $\alpha = -2,5 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$  - константа;  $n$  - внешняя нормаль.

В постановке задачи (1)-(9) сделаны следующие предположения.

Уравнение движения (1) получено с помощью уравнения гидростатики, которое для этой цели проинтегрировано по вертикальной координате в пределах от  $\zeta$  до  $z$ , а затем продифференцировано по  $x$ . В результате получено выражение для горизонтального градиента давления через наклон уровня и плотность морской воды:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = g \frac{d\zeta}{dx} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz.$$

Величина  $\zeta$  считается малой по сравнению с глубиной  $H$ . Это позволяет сформулировать условия на невозмущенной поверхности моря. Кинематическое соотношение  $w = u \frac{d\zeta}{dx}$  принято в виде  $w = 0$ .

Известно [3], что поток тепла через поверхность моря является функцией температуры:  $K \frac{\partial \tau}{\partial z} = f(\tau, x)$ . В соотношении (6) принята линейная зависимость. Те же соображения использованы при записи граничного условия (8). При конкретных расчетах далее использовались частные случаи граничных условий (6),(8): на поверхности моря заданы значения температуры  $\tau = \tau_0(x)$ , а на дне - отсутствие потока тепла  $\frac{\partial \tau}{\partial n} = 0$ .

Из рассмотрения исключен вопрос о течениях в узкой зоне берега, где уровень  $\zeta$  имеет тот же порядок, что и глубина  $H$  и где происходит смещение береговой черты. Поэтому на некотором удалении от берега ставится так называемое смягченное граничное условие:  $\int_0^H u dz = 0$  при  $x = 0$ . Это условие означает отсутствие у берега моря расхода воды в направлении нормали к береговой черте. Интегрируя по  $z$  уравнение неразрывности (2) от поверхности до дна и, учитывая это граничное условие, можно убедиться, что условие (9) справедливо не только при  $x = 0$ , но и для любого  $x = \text{const}$ . Условие (9) служит для определения неизвестного наклона уровня  $\frac{d\zeta}{dx}$  [4].

Уравнение неразрывности (2) позволяет ввести функцию тока, определяемую формулами

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (10)$$

Подставляя соотношения (10) в уравнения (1), (4) и граничные условия (5), (7), (9), получим

$$A \frac{\partial^3 \Psi}{\partial z^3} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -g \frac{d\zeta}{dx} + \frac{g}{\rho_0} \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz, \quad (11)$$

$$K \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

$$z = 0 \quad A \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -\frac{T_x}{\rho_0}, \quad (13)$$

$$\Psi = 0, \quad (14)$$

$$z = H \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \quad (15)$$

$$\Psi = 0. \quad (16)$$

Подставляя (10) в условие (9) можно убедиться, что значения функции тока  $\Psi$  при  $z = 0$  и при  $z = H$  одинаковы. Условия прилипания на дне (7) означают, что  $\Psi = 0$  при  $z = H$ . Отсюда следует справедливость условия (14).

Проведем “спрямление” дна моря, переходя от вертикальной координаты  $z$  к безразмерной вертикальной координате  $\eta$ . Используем следующее преобразование [5]:

$$\xi = x, \quad \eta = \frac{z}{H}. \quad (17)$$

Производные функций по координатам  $x$  и  $z$  заменяются производными по координатам  $\xi, \eta$  согласно формулам

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{dH}{d\xi} \eta \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}. \quad (18)$$

После преобразований (17), (18) система уравнений (11), (12) и граничных условий (13) - (16) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{A}{H^3} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \eta^3} - \frac{1}{H^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{dH}{d\xi} \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{1}{H^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = \\ & = -g \frac{d\zeta}{d\xi} + \frac{gH}{\rho_0} \int_0^\eta \frac{\partial \rho}{\partial \xi} d\eta - \frac{g}{\rho_0} \frac{dH}{d\xi} \eta \rho + \frac{g}{\rho_0} \frac{dH}{d\xi} \int_0^\eta \rho d\eta, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{K}{H^2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \eta^2} - \frac{1}{H} \cdot \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial \tau}{\partial \eta} \right) = 0. \quad (20)$$

$$\eta = 0 \quad \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = \frac{T_x}{\rho_0}, \quad (21)$$

$$\Psi = 0, \quad (22)$$

$$\frac{a_0}{H} \frac{\partial \tau}{\partial \eta} + b_0 \tau = \Gamma_0, \quad (23)$$

$$\eta = 1 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \quad (24)$$

$$\Psi = 0, \quad (25)$$

$$a_H \frac{\partial \tau}{\partial \eta} + b_H \tau = \Gamma_H. \quad (26)$$

Будем искать решение системы (19) - (26) в виде

$$\Psi = f(\xi)\varphi(\eta), \quad \tau = Q(\xi)R(\eta). \quad (27)$$

Подставляя формулы (27) в систему, получим

$$\begin{aligned} \frac{d^3\varphi}{d\eta^3} + \frac{H}{A} \frac{df}{d\xi} \varphi \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} + \frac{H}{A} \left[ \frac{f}{H} \frac{dH}{d\xi} - \frac{df}{d\xi} \right] \left( \frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 = \\ = -\frac{gH^3}{Af} \frac{d\zeta}{d\xi} - \frac{g\alpha QH^3}{Af} \frac{dH}{d\xi} R\eta + \frac{g\alpha H^3}{Af} \left( H \frac{dQ}{d\xi} + Q \frac{dH}{d\xi} \right) \int_0^\eta R d\eta, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\frac{d^2R}{d\eta^2} + \frac{df}{d\xi} \cdot \frac{H}{K} \varphi \frac{dR}{d\eta} - \frac{fH}{KQ} \frac{dQ}{d\xi} \frac{d\varphi}{d\eta} R = 0. \quad (29)$$

$$\eta = 0 \quad \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} = -\frac{T_x H^2}{\rho_0 A f}, \quad (30)$$

$$\varphi = 0, \quad (31)$$

$$\frac{Qa_0}{H} \frac{dR}{d\eta} + b_0 QR = \Gamma_0, \quad (32)$$

$$\eta = 1 \quad \varphi = 0, \quad (33)$$

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = 0, \quad (34)$$

$$\frac{Qa_H}{H} \left( n_z - n_x \frac{dH}{d\xi} \right) \frac{dR}{d\eta} + \left( a_H n_x \frac{dQ}{d\xi} + b_H Q \right) R = \Gamma_H, \quad (35)$$

где  $n_x$  и  $n_z$  - направляющие косинусы нормали к профилю дна.

Предположим, что коэффициенты

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{H}{A} \frac{df}{d\xi}; \quad c_2 = \frac{f}{A} \frac{dH}{d\xi} - c_1; \quad c_6 = \frac{T_x H^2}{\rho_0 A f}; \\ c &= -\frac{gH^3}{Af} \frac{d\zeta}{d\xi}; \quad c_{10} = \frac{g\alpha QH^3}{Af} \frac{dH}{d\xi}; \\ c_{11} &= -\frac{g\alpha H^3}{Af} \left( H \frac{dQ}{d\xi} + Q \frac{dH}{d\xi} \right); \\ c_{12} &= \frac{df}{d\xi} \frac{H}{K}; \quad c_{13} = \frac{fH}{KQ} \frac{dQ}{d\xi}; \quad c_{14} = \frac{Qa_0}{H}; \\ c_{15} &= b_0 Q; \quad c_{16} = \frac{a_H Q}{H} \left( n_z - n_x \frac{dH}{d\xi} \right); \quad c_{17} = a_H n_x \frac{dQ}{d\xi} \end{aligned} \quad (36)$$

не зависят от горизонтальной координаты  $\xi$ . Тогда задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений по вертикальной координате  $\eta$

$$\frac{d^3\varphi}{d\eta^3} + c_1 \varphi \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} + c_2 \left( \frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 + c_{10} R\eta - c_{11} \int_0^\eta R d\eta = c, \quad (37)$$

$$\frac{d^2R}{d\eta^2} + c_{12} \varphi \frac{dR}{d\eta} - c_{13} \frac{d\varphi}{d\eta} R = 0, \quad (38)$$

$$\eta = 0 \quad \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} = -c_6, \quad (39)$$

$$\varphi = 0, \quad (40)$$

$$c_{14} \frac{dR}{d\eta} + c_{15} R = \Gamma_0, \quad (41)$$

$$\eta = 1 \quad \frac{d\varphi}{d\eta} = 0, \quad (42)$$

$$\varphi = 0, \quad (43)$$

$$c_{16} \frac{dR}{d\eta} + c_{17} R = \Gamma_H. \quad (44)$$

В соотношениях (36)  $c_1, c_2, \dots, c_{13}$  являются постоянными. Коэффициенты  $c_{14} \dots c_{17}$  могут зависеть от координаты  $\xi$  таким же образом, как величины  $\Gamma_0, \dots, \Gamma_H$ . Величина  $c$  есть константа, которая определяет наклон уровня по формуле:

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = -\frac{Afc}{gH^3}. \quad (45)$$

Введем безразмерную функцию  $\bar{\varphi}$  с помощью соотношения

$$\varphi = \varphi_0 \bar{\varphi}, \quad \varphi_0 = |c_6| \quad (46)$$

Выбирая  $Q$  величиной, размерность которой совпадает с температурой, получим, что  $R$ -величина безразмерная. Подставляя (46) в систему (37)-(44), приведём её к безразмерному виду

$$\frac{d^3 \bar{\varphi}}{d\eta^3} + \bar{c}_1 \bar{\varphi} \frac{d^2 \bar{\varphi}}{d\eta^2} + \bar{c}_2 \left( \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta} \right)^2 + \bar{c}_{10} \eta R - \bar{c}_{11} \int_0^\eta R d\eta = \bar{c}, \quad (47)$$

$$\frac{d^2 R}{d\eta^2} + \bar{c}_{12} \bar{\varphi} \frac{dR}{d\eta} - \bar{c}_{13} \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta} R = 0, \quad (48)$$

$$\eta = 0 \quad \frac{d^2 \bar{\varphi}}{d\eta^2} = -\text{sign} T_x. \quad (49)$$

$$\bar{\varphi} = 0, \quad (50)$$

$$\bar{c}_{14} \frac{dR}{d\eta} + \bar{c}_{15} R = \bar{\Gamma}_0, \quad (51)$$

$$\eta = 1 \quad \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta} = 0, \quad (52)$$

$$\bar{\varphi} = 0, \quad (53)$$

$$\bar{c}_{16} \frac{dR}{d\eta} + \bar{c}_{17} R = \bar{\Gamma}_H, \quad (54)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = c_1 |c_6|, \quad \bar{c}_2 = c_2 |c_6|, \quad \bar{c}_{10} = \frac{c_{10}}{|c_6|}, \quad \bar{c}_{11} = \frac{c_{11}}{|c_6|}, \quad \bar{c} = \frac{c}{|c_6|}, \\ \bar{c}_{12} = c_{12} |c_6|, \quad \bar{c}_{13} = c_{13} |c_6|, \quad \bar{c}_{14} = \frac{c_{14}}{Q}, \quad \bar{c}_{15} = \frac{c_{15}}{Q}, \quad \bar{c}_{16} = \frac{c_{16}}{Q}, \quad \bar{c}_{17} = \frac{c_{17}}{Q}. \end{aligned} \quad (55)$$

Преобразуем уравнение (47). Исключим из него неизвестную константу  $\bar{c}$ , дифференцируя уравнение по вертикальной координате  $\eta$ :

$$\frac{d^4 \bar{\varphi}}{d\eta^4} + \bar{c}_1 \frac{d}{d\eta} \left( \bar{\varphi} \frac{d^2 \bar{\varphi}}{d\eta^2} \right) + \bar{c}_2 \frac{d}{d\eta} \left( \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta} \right)^2 + (\bar{c}_{10} - \bar{c}_{11}) R + \bar{c}_{10} \eta \frac{dR}{d\eta} = 0. \quad (56)$$

Уравнение (56) при граничных условиях (30), (31), (33), (34) решалось численно. Для этого оно заменялось следующим уравнением

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} + \frac{\partial^4 \bar{\varphi}}{\partial \eta^4} + \bar{c}_1 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \bar{\varphi} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta^2} \right) + \bar{c}_2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \eta} \right)^2 + (\bar{c}_{10} - \bar{c}_{11}) R + \bar{c}_{10} \eta \frac{\partial R}{\partial \eta} = 0, \quad (57)$$

которое решалось методом стационарирования. В начальный момент фиктивного времени  $t = 0$  принималось  $\bar{\varphi} = 0$ . Дифференциальное уравнение аппроксимировалось следующим конечно-разностным уравнением [6]:

$$-A_2 \bar{\varphi}_{i-2}^{k+1} + A_1 \bar{\varphi}_{i-1}^{k+1} - B \bar{\varphi}_i^{k+1} + C_1 \bar{\varphi}_{i+1}^{k+1} - C_2 \bar{\varphi}_{i+2}^{k+1} + F = 0 \quad (58)$$

$$(2 \leq i \leq N - 2)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \bar{c}_1 h \bar{\varphi}_{i-1}^k + \bar{c}_2 h (\bar{\varphi}_{i-2}^k - \bar{\varphi}_i^k) / 4 - 2 = 0, \\ A_1 &= 2h \bar{c}_1 \bar{\varphi}_{i-1}^k - 8, \\ B &= \bar{c}_1 h (\bar{\varphi}_{i-1}^k - \bar{\varphi}_{i+1}^k) + \frac{\bar{c}_2 h}{4} (\bar{\varphi}_{i+2}^k - \bar{\varphi}_{i-2}^k) - 12 - \frac{2h^4}{\tau}, \\ C_1 &= 2h \bar{c}_1 \bar{\varphi}_{i+1}^k - 8, \\ C_2 &= -\bar{c}_1 h \bar{\varphi}_{i+1}^k - \frac{\bar{c}_2 h}{4} (\bar{\varphi}_{i+2}^k - \bar{\varphi}_i^k) - 2, \\ F &= -\frac{2h^4}{\tau} \bar{\varphi}_i^k + 2h^4 (\bar{c}_{10} - \bar{c}_{11}) R_i^k + h^3 \eta_i (R_{i+1}^k - R_{i-1}^k) + \bar{c}_{10}, \end{aligned} \quad (59)$$

где  $\tau$  - шаг по фиктивному времени;  $h$  - шаг по переменной  $\eta$ ;  $k$  - номер шага по времени;  $i$  - номер рассматриваемой точки;  $N$  - число точек. Уравнение (58) решалось методом обобщенной прогонки. При замене граничных условий их разностными приближениями, при необходимости слева и справа от рассматриваемого интервала  $[0;1]$  вводились фиктивные точки  $i = -1$  и  $i = N + 1$ , которые затем исключались с помощью уравнения (58) и граничных условий (30), (34) записанных в разностной форме. Уравнение (48) заменялось уравнением

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{\partial^2 R}{\partial \eta^2} + \bar{c}_{12} \bar{\varphi} \frac{\partial R}{\partial \eta} - \bar{c}_{13} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \eta} R, \quad (60)$$

которое решалось методом стационарирования. Дифференциальное уравнение (60) заменялось конечно-разностным уравнением, которое решалось методом прогонки для трехточечных уравнений. В начальный момент фиктивного времени  $t = 0$  принималось  $R = 1$ .

Предположение о том, что коэффициенты  $c_i$ , входящие в соотношения (36), являются константами, накладывает определенные ограничения на вид функциональной зависимости от горизонтальной координаты  $x$  глубины моря  $H$ , тангенциального напряжения ветра  $T_x$ , коэффициента обмена количеством движения  $A$ , коэффициента турбулентной диффузии тепла  $K$ , а также величин  $a_0, b_0, a_H, b_H$ .

Рассмотрим частный случай. Тангенциальное напряжение ветра описывается соотношением

$$T_x = \frac{T_{0x}}{\left(1 + \frac{s}{H_0} x\right)^2}.$$

Дно моря представляет собой наклонную плоскость  $H = H_0 + sx$ .

Коэффициент вертикального обмена  $A$  является величиной постоянной [1]:

$$A = \frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{4\rho_0 k} |T_{0x}|^{\frac{1}{2}} \cdot H_0,$$

где  $k = 0.02$ ,  $\gamma = 3.25 \cdot 10^{-6} \cdot -3$ .

Коэффициент турбулентной диффузии тепла  $K$  пропорционален коэффициенту обмена  $A$ :  $K = \chi A$ ,  $0 < \chi \leq 1$ .

Положим  $a_0 = 0$ ,  $b_0 = 1$ ,  $\Gamma_0 = \tau_0$ , то есть зададим на поверхности температуру. Зададим  $a_0 = 1$ ,  $b_0 = 0$ ,  $\Gamma_H = 0$ , то есть примем, что поток тепла на дне отсутствует. Подставляя принятые соотношения для величин  $T_x, H, A, K$  в формулы (36), видим что автомодельное решение вида (27)

$$\psi = f(\xi) \varphi(\eta), \quad \tau = Q(\xi) R(\eta)$$

существует, если

$$f = f^* = const, \quad Q = \frac{Q_0}{\left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)^3}.$$

Безразмерные коэффициенты  $\bar{c}_i$ , входящие в уравнения (47), (48), определяются следующими соотношениями

$$\bar{c}_1 = 0; \quad \bar{c}_2 = \frac{16\rho_0 k^2}{\gamma} s; \quad \bar{c}_{10} = \frac{g\alpha H_0 Q_0 \rho_0}{|T_{0x}|} s;$$

$$\bar{c}_{11} = -2\bar{c}_{10}; \quad \bar{c}_{12} = 0; \quad \bar{c}_{13} = -\frac{3}{\chi} \bar{c}_2;$$

$$\bar{c} = -\frac{\rho_0 g H}{T_x} \frac{d\xi}{d\eta}.$$

Расчеты выполнены для случая, когда на поверхности моря задана температура воды

$$\tau_0 = \frac{Q_0}{\left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)^3},$$

а на дне - отсутствие потока тепла  $\frac{\partial \tau}{\partial n} = 0$ . Последнее условие для безразмерной функции  $R$  имеет вид:

$$\eta = 1 \quad \frac{dR}{d\eta} + \frac{3s^2}{s^2 + 1} R = 0.$$

После определения функций  $\bar{\varphi}$ ,  $R$  характеристики течения и температуры находятся по формулам

$$\psi = \frac{4k H_0 |T_{0x}|^{1/2}}{\gamma^{1/2}} \bar{\varphi}(\eta),$$

$$u = \frac{4k |T_{0x}|^{1/2}}{\gamma^{1/2} \left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)} \bar{u}(\eta), \quad \bar{u}(\eta) = \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta},$$

$$w = \frac{4k |T_{0x}|^{1/2}}{\gamma^{1/2} \left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)} \bar{w}(\eta), \quad \bar{w}(\eta) = s\eta \frac{d\bar{\varphi}}{d\eta},$$

$$\tau = \frac{Q_0}{\left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)^3} R(\eta).$$

$$\frac{d\zeta}{dx} = -\frac{T_x \bar{c}}{\rho_0 g H}, \quad \bar{c} = \frac{d^3 \bar{\varphi}}{d\eta^3} + \bar{c}_1 \bar{\varphi} \frac{d^2 \bar{\varphi}}{d\eta^2} + \bar{c}_2 \left(\frac{d\bar{\varphi}}{d\eta}\right)^2 + \bar{c}_{10} \eta R - \bar{c}_{11} \int_0^\eta R d\eta$$

Рассмотрим случаи.

**Термическое течение** (ветер отсутствует,  $T_{0x} = 0$ ).

Вода у берега прогрета сильнее, чем вдали от него. Убывание температуры воды на поверхности моря с удалением от берега описывается следующей закономерностью

$$Q = \frac{Q_0}{\left(1 + \frac{s}{H_0} x\right)^3}, \quad H_0 = 7 \cdot 10^2, \quad Q_0 = 16^\circ C.$$

На рис.1 приведено вертикальное распределение безразмерных скоростей течения  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  и температуры  $R$ , соответствующих наклонам дна  $s = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $s = 10^{-3}$ ,  $s = 2 \cdot 10^{-3}$ . Видно, что горизонтальная скорость  $\bar{u}$  положительна в поверхностном слое; здесь располагается течение, направленное от берега. Ниже располагается противотечение. Скорость термического течения  $\bar{u}$  меняет знак на большей глубине ( $\eta \sim 0.45$ ), чем в случае чисто ветрового течения ( $\eta = 1/3$ ). С увеличением наклона дна  $s$  скорость  $\bar{u}$  увеличивается, противотечение становится интенсивнее, его ядро слегка поднимается. Знаки вертикальной скорости  $\bar{w}$  и горизонтальной скорости  $\bar{u}$  совпадают: в слое, занятом течением ( $\bar{u} > 0$ ), происходит опускание воды ( $\bar{w} > 0$ ), противотечение ( $\bar{u} < 0$ ) сопровождается подъемом воды ( $\bar{w} < 0$ ). С увеличением наклона дна  $s$  (и ростом горизонтальной неравномерности распределения температуры) вертикальные движения воды интенсифицируются:  $|\bar{w}|$  растет. Профиль температуры  $R$  характеризуется ее инверсией в подповерхностном слое и термоклином внизу.

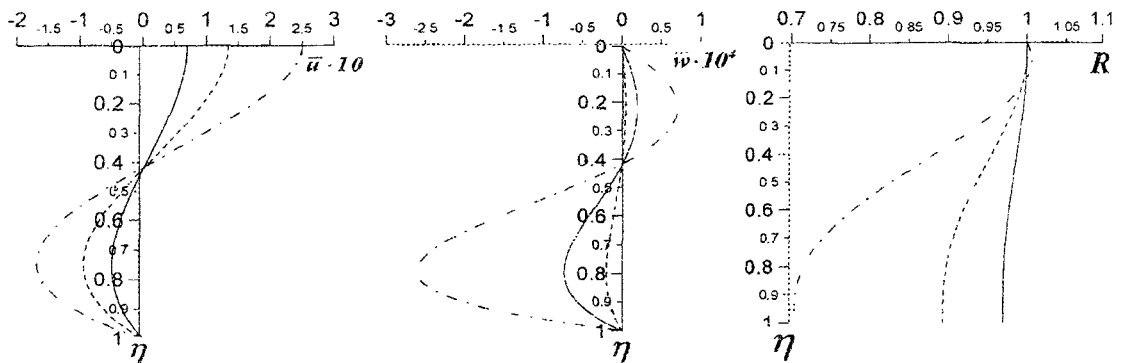


Рис1. Вертикальное распределение безразмерных скоростей течения  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  и температуры  $R$  при  $T_{0x} = 0$ ,  $Q = Q_0 \left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)^{-3}$ : —  $s = 5 \cdot 10^{-4}$ , - - -  $s = 1 \cdot 10^{-3}$ , - · - · -  $s = 2 \cdot 10^{-3}$ .



**Суммарное течение, формируемое действием ветра и неравномерным нагревом воды.**

На рис.2 приведены эпюры безразмерных скоростей течения  $\bar{u}$  и  $\bar{w}$  и температуры  $R$ : слева для сгонного ветра ( $T_{0x} = 1 \cdot 10^{-1} \cdot c^{-2}$ ) и справа для нагонного ветра ( $T_{0x} = -1 \cdot 10^{-1} \cdot c^{-2}$ ).

Видно, что при ветре, дующем с берега (сгон), скорости течения  $\bar{u}$  и  $\bar{w}$  больше, чем в чисто термическом течении. Качественно эпюры  $\bar{u}$  и  $\bar{w}$  не меняются: они меняют знак по глубине  $\eta$  один раз. Как и в случае чисто термического течения, профиль температуры  $R$  содержит подповерхностный слой инверсии и термоклин. Однако, при наличии ветра диапазон изменений температуры с глубиной больше.

При ветре, дующем к берегу (нагон), эпюры скоростей  $\bar{u}$  и  $\bar{w}$  качественно отличны от случаев термического и сгонного течений: скорости  $\bar{u}$  и  $\bar{w}$  в зависимости от параметра  $s$  могут дважды менять знак с глубиной. Кроме того, противотечение может выходить на поверхность. При действии нагонного ветра подповерхностный слой инверсии температуры отсутствует; образуется квазиоднородный слой. Диапазон изменений температуры с глубиной меньше, чем при сгоне.

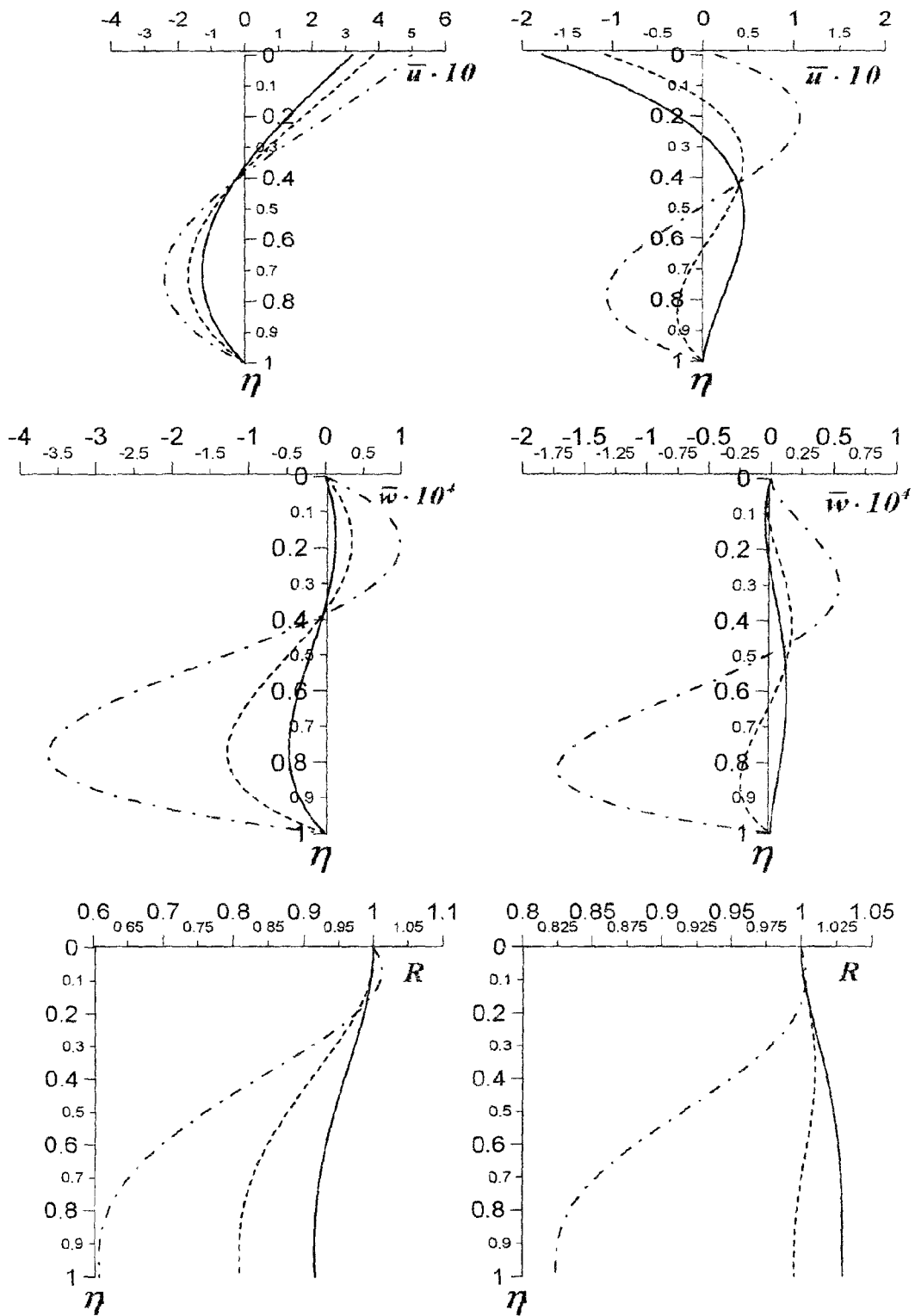


Рис2. Вертикальное распределение безразмерных скоростей течения  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  и температуры

$R$  при  $T_{0x} = 1 \cdot c^{-1} \cdot c^{-2}$  (слева) и  $T_{0x} = -1 \cdot c^{-1} \cdot c^{-2}$  (справа),  $Q = Q_0 \left(1 + \frac{s}{H_0} \xi\right)^{-3}$ :  
 $s = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $s = 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $s = 2 \cdot 10^{-3}$ .

**Заключение.** В работе получено автомодельное решение задачи о расчете скорости течения и температуры, формируемых ветром бризового типа в неоднородной воде. Показано, что при сгоне скорость течения больше, чем при нагоне. Эпюры скорости течения качественно различны: при сгоне скорость течения меняет знак с глубиной один раз, при нагоне - дважды. Профили температуры также различны: при нагоне существует подповерхностный квазиизотермический слой, при сгоне он отсутствует.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Белоусова Э. И. - О роли неравномерности ветра в сгонно-нагонных течениях. - Морские гидрофизические исследования, №3, Севастополь, 1972, с. 10-24.
- [2] Саркисян А.С. - Моделирование динамики океана - Санкт-Петербург: Гидрометеиздат, 1991
- [3] Каменкович В.М. - Основы динамики океана - Ленинград: Гидрометеиздат, 1973 с.122-124.
- [4] Белоусов В.В., Белоусова Э.И. Влияние неравномерности ветра и рельефа дна на вертикальные движения в прибрежной зоне моря - Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. - Севастополь, 2001 с.35-42.
- [5] Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер - Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. Т1: пер. с англ. - М.: Мир, 1990, с. 292-300.
- [6] А. А. Самарский, Е. С. Николаев - Методы решения сеточных уравнений. М: Наука. 1978 с. 97-103.

Э.И.БЕЛОУСОВА, ЧЕРНОМОРСКИЙ филиал МГУ имени М.В. Ломоносова.  
 г.СЕВАСТОПОЛЬ, УКРАИНА  
 БЕЛОУСОВ В.В., МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ АКАДЕМИИ НАУК УКРАИНЫ  
 г.СЕВАСТОПОЛЬ, УКРАИНА