Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского
Серия «Физика». Том 14 (53). 2001 г. №1. С. 36-37

УДК 531.49+514.8

Зинченко Е.Н., Рощупкин С.Н.

СИНГУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ И ДИНАМИКА СТРУН В ПРОСТРАНСТВЕ РИНДЛЕРА

Эволюция струны даже в простейшем искривлённом фоновом пространстве описывается сложной системой связанных нелинейных уравнений второго порядка в частных производных. Как показали исследования, даже в пространстве Шварцшильда, система уравнений, описывающих струну, фактически не интегрируема [1]. Однако, важная физическая информация о динамике струны может быть получена из изучения приближённых решений уравнений движения.

В предлагаемой вашему вниманию работе, используя сингулярную теорию возмущений [2], мы находим приближённые (в первом порядке по натяжению струны) решения уравнений струны в пространстве Риндлера. Интерес к пространству Риндлера обусловлен прежде всего тем, что оно хорошо описывает метрику Шварцшильда в близи горизонта событий и поэтому может быть использовано в качестве простой модели для изучения физических процессов в этой области. Уравнения струны и связи для нулевого $\left(\varphi^{\mu}(T)\right)$ и первого приближения $\left(\Psi^{\mu}(T,\sigma)\right)$ имеют вид:

$$D_T \varphi^{\mu}_{,T} = 0, \quad \left(\varphi^{\mu}_{,T} \varphi_{\mu,T}\right) = 0 \tag{1}$$

$$\left(D_T^{\,2} - \partial_{\sigma}^{\,2}\right)\Psi^{\mu} + R^{\mu}_{\nu\rho\kappa}(\varphi)\varphi^{\nu}_{,T}\varphi^{\rho}_{,T}\Psi^{\kappa} = 0 \quad , \tag{2}$$

$$\left(\varphi_{\mu,T} D_T \Psi^{\mu}\right) = 0, \quad \left(\varphi_{\mu,T}\Psi^{\mu}\right) = 0 \quad , \tag{3}$$

где: $D_T\Psi^{\mu} = \Psi^{\mu}_{,T} + \varphi^{\nu}_{,T}\Gamma^{\mu}_{\nu\kappa}(\varphi)\Psi^{\kappa}$, $R^{\mu}_{\nu\rho\kappa}$ – тензор Римана и $(...)_{,T} = \dfrac{\partial}{\partial T}$. Уравнения нулевого приближения (1) представляют собой уравнения геодезической для безмассовой частицы в заданном искривлённом пространстве, а уравнения первого приближения (2) имеют вид уравнения девиации геодезической с дополнительным членом $\partial^2\Psi^{\mu}$, который описывает упругие силы на струне. Метрика Риндлера задаётся выражением:

$$dS^2 = a^2x^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{4}$$

где: a=const с размерностью обратной длины (h=c=1).

Решение уравнений геодезической (3) для безмассовой частицы в пространстве Риндлера хорошо известно:

$$\varphi^0(T) = \frac{1}{2a}\ln T, \varphi^1(T) = \sqrt{2acT}, \varphi^2(T) = \varphi^3(T) = cT \qquad (6)$$

где: c – константа интегрирования. Подставляя (6) в уравнения первого приближения (2), (3) и используя фоновую метрику (4), находим:

$$\Psi^0(T,\sigma) = \frac{1}{a\sqrt{2acT}} + \frac{1}{a\sqrt{\pi acT}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{\sqrt{n}}(A_n^1 \sin(nT) + B_n^1 \cos(nT))e^{in\sigma},$$

$$\Psi^1(T,\sigma) = \frac{B_0^1}{T} + \sqrt{\frac{2}{\pi T}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{\sqrt{n}}(A_n^1 \sin(nT) + B_n^1 \cos(nT))e^{in\sigma}, \qquad (7)$$

$$\Psi^k(T,\sigma) = \sum_{n\neq 0}\frac{1}{\sqrt{n}}(A_n^k \sin(nT) + B_n^k \cos(nT))e^{in\sigma}, \ \mathrm{k} = 2{,}3.$$

Решения (7) описывают малые колебания струны с частотами n = 1, 2, ... в шкале «медленного» листового времени T. Появление этих осцилляций – прямое следствие допущения о том, что натяжение струны отлично от нуля, но достаточно мало. Важно отметить, что рассмотренная выше теория возмущений приводит в первом приближении к точно решаемой системе линейных уравнений. Более того, соответствующие струнные связи преобразуются в простые линейные условия на коэффициенты фурье. Найденные решения самосогласовано описывают динамику струны в шкале «медленного» листового времени, а нетривиальное движение струны при асимптотически больших листовых временах имеет вид затухающих колебаний. Полученные в работе решения, с одной стороны могут быть использованы для исследования высших приближений, а с другой стороны могут служить основой для построения квантовой теории струны в пространстве Риндлера.

В заключении авторы выражают глубокую благодарность Л.Я. Арифову, А.А. Желтухину, А.П. Лелякову за обсуждение полученных результатов и практические замечания. Работа поддержана грантом Государственного фонда фундаментальных исследований, №Ф4/1751.

Список литературы

1. Frolov A.V., Larsen A.L. Chaotic scattering and capture of strings by a black hole // Class. Quantum grav. – 1999. – 16. – P. 3717 – 3724.
2. Roshchupkin S.N., Zheltukhin A.A. Variation principle and a perturbative solution of non – linear string equations in curved space // Nucl. Phys. – 1999. – B543. – P. 365 – 387.

Статья поступила в редакцию 13.14.2001 г.