Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского
Серия «Физика». Том 14 (53). 2001 г. №1. С. 32-35

УДК 531.49+514.8

Арифов Л.Я., Леляков А.П., Рощупкин С.Н.

ДИНАМИКА ЗАМКНУТОЙ СТРУНЫ В ПРОСТРАНСТВЕ – ВРЕМЕНИ ПЕРЕСА

В последние годы ведутся интенсивные исследования динамики космических струн, которые могли возникнуть в результате фазовых переходов в процессе эволюции Вселенной [1]. В калибровочных теориях с нарушенной локальной симметрией, струны являются топологическими дефектами и характеризуются соответствующим числом наматываний [2]. Полевые решения, описывающие прямые бесконечные космические струны основаны на известной работе [3], в которой для описания трубок тока в сверхпроводнике второго рода используется модель Хиггса. С помощью анзаца, предложенного в работе [3], были получены численные решения, описывающие прямые бесконечные гравитирующие струны.

Замкнутые струны изучались в [1]. Такие струны совершают пульсирующие движения и могут образовывать черные дыры. Если форма струны сильно отличается от окружности, образование черной дыры может и не произойти, поскольку под горизонтом может не оказаться требуемый для коллапса массы. Из астрофизических наблюдений вытекает, что доля струн, эволюционирующих с образованием черных дыр, невелика. Численные расчеты показывают, что замкнутые струны могут образовываться либо в результате дробления более крупных петель, либо в результате столкновения или перехлеста струн [1].

С другой стороны на динамику замкнутых и незамкнутых струн существенное влияние могут оказывать гравитационные волны [8]. Уже первые исследования, проведенные в этом направлении, показали, что взаимодействие струны с плоской гравитационной волной носит резонансный характер. Совершенно иначе на струну действует сильная гравитационная волна. В работе [4] показано, что действие сильной гравитационной волны эквивалентно действию анизотропной упругой среды.

Главной трудностью, с которой сталкиваются при изучении динамики струн в гравитационных полях, является существенно нелинейный характер динамических уравнений и кинематических связей. Однако, как показано в работе [5], решение нелинейного уравнения струны и кинематических связей можно искать в виде асимптотического ряда, где роль малого параметра играет натяжение струны. Ниже, используя результаты работ [5,7], будет рассмотрено движение замкнутой струны в пространстве-времени Переса, которое, традиционно, описывает распространение сильных гравитационных волн и полей излучения с изотропным тензором энергии-импульса.

Уравнения струны и связи для нулевого $\left(\varphi^{\mu}(T)\right)$ и первого приближения $\left(\Psi^{\mu}(T,\sigma)\right)$ имеют вид:

$$D_T \varphi^{\mu}_{,T} = 0, \quad \left(\varphi^{\mu}_{,T} \varphi_{\mu,T}\right) = 0, \tag{1}$$

$$\left(D_T{}^2 - \partial_\sigma{}^2\right)\Psi^{\mu} + R^{\mu}_{\nu\rho\kappa}(\varphi)\varphi^{\nu}_{,T}\varphi^{\rho}_{,T}\Psi^{\kappa} = 0, \tag{2}$$

$$\left(\varphi_{\mu,T} D_T \Psi^{\mu}\right) = 0, \quad \left(\varphi_{\mu,T}\Psi^{\mu}\right) = 0, \tag{3}$$

где: $D_T\Psi^{\mu} = \Psi^{\mu}_{,T} + \varphi^{\nu}_{,T}\Gamma^{\mu}_{\nu\kappa}(\varphi)\Psi^{\kappa}$, $R^{\mu}_{\nu\rho\kappa}$ – тензор Римана и $(\ldots)_{,T} = \dfrac{\partial}{\partial T}$.

Уравнения нулевого приближения (1) представляют собой уравнения геодезической для безмассовой частицы в заданном искривлённом пространстве, а уравнения первого приближения (2) имеют вид уравнения девиации геодезической с дополнительным членом $\partial^2{}_\sigma\Psi^{\mu}$, который описывает упругие силы на струне.

Метрика Переса задаётся выражением:

$$dS^2 = 2d\varphi^0 d\varphi^1 - (d\varphi^2)^2 - (d\varphi^3)^2 + c\left(\left(\varphi^2\right)^2 + \left(\varphi^3\right)^2\right)\left(d\varphi^0\right)^2 \tag{4}$$

где: c=const с размерностью обратной длины (h=c=1).

Решение уравнений геодезической (1) для безмассовой частицы в пространстве Переса хорошо известно:

$$\varphi^0 = \varphi^0_0 + P_{(\varphi^1)}T,$$

$$\varphi^1 = \varphi^1_0 + \frac{1}{4\widetilde{P}P_{(\varphi^1)}}\left\{\vec{P}^2_{\perp} - \widetilde{P}^2\vec{r}^{\,2}_{0\perp}\right\}\sin(2\widetilde{P}T) + \frac{1}{2P_{(\varphi^1)}}\left\{\vec{P}_{\perp}\vec{r}_{0\perp}\right\}\cos(2\widetilde{P}T).$$

$$\varphi^{2,3} = \varphi^{2,3}_0\cos(\widetilde{P}T) + \frac{P_{(\varphi^{2,3})}}{\widetilde{P}}\sin(\widetilde{P}T) \tag{5}$$

где: $\widetilde{P} = \sqrt{C}P_{\varphi^1}$, $\quad \vec{r}^{\,2}_{0\perp} = (\varphi^2_0)^2 + (\varphi^3_0)^2$, $\quad \vec{P}^{\,2}_{\perp} = P^2_{\varphi^2} + P^2_{\varphi^3}$, $\varphi^i_0; P_{\varphi^i} = const$; $i = 0,1,2,3$.

Подставляя (5) в уравнения первого приближения (2), (3) и используя фоновую метрику (4), находим:

$$\Psi^0 = a^0_0 + \sum_n \left(a^0_n\cos(nT) + b^0_n\sin(nT)\right)e^{in\sigma}$$

$$\Psi^{2,3} = a_0^{2,3}\cos(\widetilde{P}T) + b_0^{2,3}\sin(\widetilde{P}T) + \sum_n (a_n^{2,3}\cos(\sqrt{n^2+\widetilde{P}^2}T) +$$

$$+ b_n^{2,3}\sin(\sqrt{n^2+\widetilde{P}^2}T) + \frac{\sqrt{C}}{2}(\cos(n^+T)\left(\frac{P_{\varphi^2}}{\widetilde{P}}a_n^0 + b_n^0\varphi_0^{2,3}\right) +$$

$$+ \cos(n^-T)\left(\frac{P_{\varphi^2}}{\widetilde{P}}a_n^0 - b_n^0\varphi_0^{2,3}\right) + \sin(n^+T)\left(\frac{P_{\varphi^2}}{\widetilde{P}}b_n^0 - a_n^0\varphi_0^{2,3}\right) +$$

$$+ \sin(n^-T)\left(\frac{P_{\varphi^2}}{\widetilde{P}}b_n^0 + a_n^0\varphi_0^{2,3}\right))e^{in\sigma},$$

$$\Psi^1 = a_0^1 + \frac{1}{2P_{(\varphi^1)}}(\sin(2\widetilde{P}T)\left\{b_0^2P_{(\varphi^2)} + b_0^3P_{(\varphi^3)} - \widetilde{P}(a_0^2\varphi_0^2 + a_0^3\varphi_0^3)\right\} +$$

$$+ \cos(2\widetilde{P}T)\left\{a_0^2P_{(\varphi^2)} + a_0^3P_{(\varphi^3)} + \widetilde{P}(b_0^2\varphi_0^2 + b_0^3\varphi_0^3)\right\} + \sum_n C_1\sin(N^+T) +$$

$$C_2\sin(N^-T) + C_3\cos(N^+T) + C_4\cos(N^-T) + C_5\sin(\widetilde{n}^+T) + C_6\sin(\widetilde{n}^-T) +$$

$$+ C_7\cos(\widetilde{n}^+T) + C_8\cos(\widetilde{n}^-T))e^{in\sigma}, \qquad (6)$$

где:

$$C_1 = -\frac{\sqrt{C}}{2}(a_n^2\varphi_0^2 + a_n^3\varphi_0^3 - \frac{1}{\widetilde{P}}(b_n^2P_{\varphi^2} + b_n^3P_{\varphi^3})),\ C_2 = \frac{\sqrt{C}}{2}(a_n^2\varphi_0^2 + a_n^3\varphi_0^3 + \frac{1}{\widetilde{P}}(b_n^2P_{\varphi^2} + b_n^3P_{\varphi^3})),$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{C}}{2}(b_n^2\varphi_0^2 + b_n^3\varphi_0^3 + \frac{1}{\widetilde{P}}(a_n^2P_{\varphi^2} + a_n^3P_{\varphi^3})),\ C_4 = -\frac{\sqrt{C}}{2}(b_n^2\varphi_0^2 + b_n^3\varphi_0^3 - \frac{1}{\widetilde{P}}(a_n^2P_{\varphi^2} + a_n^3P_{\varphi^3})),$$

$$C_5 = -\frac{C}{4}(2a_n^0\mu + b_n^0\nu);\ C_6 = \frac{C}{4}(2a_n^0\mu - b_n^0\nu),\ C_7 = \frac{C}{4}(2b_n^0\mu - a_n^0\nu);\ C_8 = -\frac{C}{4}(2b_n^0\mu + a_n^0\nu),$$

$$\mu = \frac{1}{\widetilde{P}}(P_{\varphi^2}\varphi_0^2 + P_{\varphi^3}\varphi_0^3);\ \nu = (\varphi_0^2)^2 + (\varphi_0^3)^2 - \frac{1}{\widetilde{P}^2}(P_{\varphi^2}^2 + P_{\varphi^3}^2),\ n^+ = n + \widetilde{P};\ n^- = n - \widetilde{P},$$

$$N^+ = \sqrt{n^2+\widetilde{P}^2} + \widetilde{P};\ N^- = \sqrt{n^2+\widetilde{P}^2} - \widetilde{P},\quad \widetilde{n}^+ = n + 2\widetilde{P};\ \widetilde{n}^- = n - 2\widetilde{P}.$$

Решения (6) описывают малые колебания струны с частотами n = 1, 2, ... в шкале «медленного» листового времени T.

Важно отметить, что сравнение первого приближения для замкнутой струны с точным решением для незамкнутой струны, полученное в работе [4] показывает, что моды колебаний с $n \neq 0$ совпадают, а нулевые моды перенормируются. Это позволяет утверждать, что при асимптотически больших временах замкнутая струна ведёт себя аналогично незамкнутой струне.

Полученные в данной работе решения, в дальнейшем, с одной стороны могут быть использованы для исследования высших приближений, а с другой стороны могут служить основой для построения квантовой теории струны в пространстве Переса.

В заключении авторы выражают глубокую благодарность А.А. Желтухину, за обсуждение полученных результатов и практические замечания. Работа поддержана грантом Государственного фонда фундаментальных исследований, №Ф4/1751.

Список литературы

1. Vilenkin A. // Phys. Rep. – 1985. – V. 121. – 264 p.
2. Раджариман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. – Москва, 1985. – 414 с.
3. Nielsen H.B., Olesen P. // Nucl. Phys. – 1973. – V. 61. – 45 p.
4. Иванов Г.Г. Математика // Изв-во высш. учеб. завед. – 1985. – № 9 (280). – 64 с.
5. Желтухин А.А., Рощупкин С.Н. // ТМФ. – 1997. – Т. III – № 3. – 402 с.
6. Bandos I., Zheltukhin A.A. // Fortsch. Der Phys. – 1993. – V.41. – 619 p.
7. Roshchupkin S.N., Zheltukhin A.A. // Class. Quant. grv. – 1995. – V. 12. – 2519 p.
8. Захаров В.Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. – Москва, 1972. – 125 с.

Статья поступила в редакцию 12.04.2001 г.