Ученые записки Таврического национального университета им. В. И. Вернадского

Серия **"ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА" № 1 (2001) 93 – 95**

УДК 519.8

О РАЗВИТИИ ПОДХОДОВ К ПРИНЯТИЮ РЕШЕНИЙ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Руденко Л. И.

В любой области человеческой деятельности постоянно формулируются и требуют исследования *задачи принятия решений.* Как самостоятельное научное направление принятие решений (ПР) находится в стадии становления, и свой вклад в этот процесс вносят специалисты различных областей — математики, системные аналитики, экономисты, психологи, специалисты по искусственному интеллекту, компьютерной инженерии и многие другие.

В общем виде задача принятия решений есть задача выбора наилучшего варианта решения из множества допустимых вариантов. Модель задачи ПР может быть сформулирована с использованием математического аппарата теории вероятностей, в терминах теории полезности, теории игр и т. д. Широкий класс задач ПР может быть представлен в виде задачи условной оптимизации:

$$\operatorname{extr} f(x)/x \in X \subset \mathbb{R}^n,$$

где $f(x)\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ — целевая функция, выражающая эффективность принимаемого решения, X — множество допустимых решений. В зависимости от типов целевой функции и ограничений получают различные классы оптимизационных задач (непрерывные и дискретные, одно- и многокритериальные, линейные и нелинейные). В настоящее время эти задачи систематизированы, достаточно хорошо изучены, предложены разнообразные методы их исследования и эффективные алгоритмы отыскания оптимальных решений.

Однако при моделировании задачи ПР возникают трудности в построении адекватной математической модели изучаемой системы или явления, приведения ее к виду экстремальной задачи на основе имеющейся информации о предметной области. Зачастую эта информация является неполной.

Будем рассматривать класс задач ПР, допускающих описание в виде *слабоопределенной линейной модели*, в которой линейная целевая функция $f(x) = (c, x)$ и (или) множество допустимых решений X (выпуклый многогранник в $\mathbb{R}^n$) — *истинны, но неизвестны.* О них имеется частичная (начальная) информация $I_0(f, X) = \{I_0(f), I_0(X)\}$. *Слабоопределенная задача* ПР формулируется как задача отыскания множества оптимальных решений

$$\{x^* = \arg\max f(x) \mid x \in X,\ f, X : I_0(f, X)\}. \tag{1}$$

Можно привести различные постановки задач, допускающие представление в виде (1). Рассмотрим, в частности, задачу нахождения оптимального плана

$x^*(x_1, \dots, x_n)$ производства n видов продукции (ассортиментного набора), максимального по суммарной прибыли в условиях ресурсных ограничений:

$$\max(c, x) \mid Ax \leqslant b,$$

где вектор цен $c = (c_1, \dots, c_n)$ заранее неизвестен, матрица условий (технологическая матрица) $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$ полностью определена, а вектор ограничений $b = (b_1, \dots, b_m)^T$ по каждому типу ресурса задан частично.

Начальная информация может быть задана в следующим образом:

1) информация о целевой функции в виде набора предпочтений

$$I_0^1(f) = \{D, \rho\}, \quad D = \{x^i\}_{i=1,\dots,k}, \rho \subset DD,$$
$$\rho = \{\langle x^i, x^j\rangle \mid f(x^i) > f(x^j),\ 1 \leqslant i < j \leqslant k\};$$

2) информация о целевой функции в виде набора прецедентов

$$I_0^2(f) = \{E, P\}, \quad E = \{x^i\}_{i=1,\dots,k}, \quad P = \{f^i \mid f^i = f(x^i)\}_{i=1,\dots,k};$$

3) информация об ограничениях в виде подмножеств допустимых и недопустимых решений

$$I_0^1(X) = \{X_1, X_2\}, \quad X_1 = \{x^i\}_{1,\dots,p} \subset X, \quad X_2 = \{x^j\}_{i=1,\dots,q} \subset \mathbb{R}^n \setminus X;$$

4) информация об ограничениях в виде частично заданного вектора ограничений при известной матрице условий

$$I_0^2(X) = \{A = \|a_{ij}\|_{m\times n},\ I_0(b)\}.$$

Суть подходов к решению таких задач состоит в синтезе (восстановлении) компонент модели на основе начальной информации. Алгоритмы синтеза используют процедуру линейной коррекции. Обоснование алгоритмов поиска оптимальных решений в случаях $I_0^1(f)$, $I_0^1(X)$, $I_0^2(f)$ проведено автором.

Исследованы также методы поиска оптимальных решений для случаев $I_0^2(f)$ МНК-подход к восстановлению по прецедентам) и $I_0^2(X)$ (восстановление вектора ограничений).

Для восстановления целевой функции при условии $k \geqslant n$ строится система нормальных уравнений, решением которой является набор коэффициентов линейной целевой функции. При непротиворечивой начальной информации решение существует и является единственным, в отличие от случая $I_0^2(f)$, когда восстанавливается конечнопорожденный выпуклый конус решений при достаточно жестких требованиях к начальной информации, а также от случая $I_0^1(f)$, когда в результате работы алгоритма синтеза значение коэффициентов c_i $(i = 1, \dots, n)$ зависит от выбора начального приближения вектора c^0.

Однако неединственность восстановления c в случае $I_0^1(f)$ не составляет проблемы. Как показали вычислительные эксперименты, различные наборы коэффициентов обладают общим свойством: нормированные значения восстановленных наборов практически совпадают. Для выбора одного из наборов необходима дополнительная информация. С точки зрения экономических приложений этот вывод имеет важное значение. Во многих моделях математической экономики важны не количественные значения показателей (компонент векторов цен, ассортиментных наборов, ресурсов), а их пропорции, поскольку реальные значения можно получить масштабированием.

В случае $I_0^2(X)$ информация о множестве допустимых решений, когда матрица условий $A = \|a_{ij}\|_{m\times n}$ полностью определена, а вектор ограничений b задан частично, например, системой предпочтений или прецедентно, предлагается сформулировать двойственную задачу линейного программирования и применить алгоритм синтеза линейной целевой функции.