

## ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА ДВУХОСНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА И СПЕКТРЫ СВЯЗАННЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН

Мицай Ю. Н., д.ф.-м.н., профессор, Фридман Ю. А., к.ф.-м.н., доцент,  
Кожемяко О. В., аспирант

В последнее время большой интерес вызывают исследования магнетиков с более сложной, чем одноосная, одноионной анизотропией (ОА), константы которой сравнимы или даже превосходят константу обменного взаимодействия. В таких системах возможна реализация чисто квантовых эффектов [1, 2], наличие которых может оказать существенное влияние как на динамику системы, так и на ее фазовые состояния. В таких системах могут реализовываться фазы с тензорным параметром порядка, так называемые квадрупольные (КУ) фазы (см., например, обзор [3]).

Возникновение КУ фаз в системе связано с инверсией энергетических уровней и изменением основного состояния. Последнее коренным образом зависит от ориентации внешнего магнитного поля относительно кристаллографических осей [3].

Кроме того, магнитоупругое (МУ) взаимодействие может привести к ряду интересных результатов. Например, к кардинальному изменению спектральных свойств в окрестности ориентационных фазовых переходов (ОФП), а именно, к размягчению фононной ветви возбуждений и появлению в спектре магнонов МУ щели [4].

2. В качестве исследуемой системы рассмотрим двухосный гейзенберговский ферромагнетик, помещенный во внешнее магнитное поле  $\vec{H} \parallel OZ$ . Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$H = -N \sum_n S_n^z + \frac{\beta_1}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \frac{\beta_2}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \frac{\beta_3}{2} \sum_n (S_n^x)^2 - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \vec{S}_n \vec{S}_{n'} + v_0 \sum_n (S_n^i)^2 u_{ij}(n) + v_1 \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \int dr \left\{ \frac{\lambda}{2} \sum_i u_{ii}^2 + \mu \sum_{i,k} u_{ik}^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $\beta_i$  - константа ОА;  $J(n-n') > 0$  - обменный интеграл;  $v_i$  - константа МУ связи;  $\lambda, \mu$  - упругие модули.

Вычисления будем проводить в терминах операторов Хаббарда. Для простоты будем считать спин магнитного иона  $S=1$ .

Выделяя в обменной части (1) среднее поле  $\langle S^z \rangle$ , получим одноузельный гамильтониан  $H_0(n)$ :

$$H_0 = \sum_n \left\{ \sum_M A_M H_n^M + \sum_\alpha A_\alpha X_n^\alpha \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $X_n^\alpha = X_n^{M'M} = |\psi_n(M')\rangle \langle \psi_n(M)|$  - операторы Хаббарда, описывающие переход магнитного иона из состояния  $M'$  в состояние  $M$ ;  $H_n^M \equiv X_n^{M,M}$ ;  $\alpha$  - корневые векторы;  $\psi_n(M)$  - собственные функции гамильтониана (2).

Энергетические уровни магнитного иона с учетом МУ взаимодействия имеют вид:

$$E_1 = \frac{2\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{4} + \frac{v_0}{2}(u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) - \frac{\chi}{2}; E_0 = \frac{\beta_2 + \beta_3}{2} + v_0(u_{xx}^0 + u_{yy}^0)$$

$$E_{-1} = \frac{2\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{4} + \frac{v_0}{2}(u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) + \frac{\chi}{2}, \quad (3)$$

$$\chi^2 = [2\chi_0 - v_0(u_{xx}^0 - u_{yy}^0)\sin 2\theta]^2 + v_0^2(u_{xx}^0 - u_{yy}^0)^2 \cos^2 2\theta, \chi_0^2 = \bar{H}^2 + \tilde{\beta}^2,$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\beta_3 - \beta_2}{4}, \cos \theta = -\frac{\tilde{\beta}}{\sqrt{2\chi_0(\chi_0 - \bar{H})}}, \bar{H} = H + J(0)\langle S^z \rangle; \quad (4)$$

Спонтанные деформации  $u_{ij}^0$  определяются из условия минимума плотности свободной энергии.

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид:

$$S_n^+ = \sqrt{2} \cos \tilde{\theta} (X_n^{10} - X_n^{0-1}) + \sqrt{2} \sin \tilde{\theta} (X_n^{-10} + X_n^{01}); S_n^- = (S_n^+)^+$$

$$S_n^z = \cos 2\tilde{\theta} (H_n^1 - H_n^{-1}) + \sin 2\tilde{\theta} (X_n^{1-1} + X_n^{-11}); \tilde{\theta} = \theta - \delta; \quad (5)$$

$$\cos \delta = \frac{v_0(u_{xx} - u_{yy}) \cos 2\theta}{\sqrt{2\chi[\chi - 2\chi_0 + 2(u_{xx} - u_{yy}) \sin 2\theta]}}$$

Проквантовав динамическую часть тензора деформаций стандартным образом [5], из (3) получим гамильтониан, описывающий процессы трансформации магновов в фононы и обратно:

$$H_{gr} = \sum_n \left\{ \sum_M \tilde{P}_M Y_n^M + \sum_\alpha \tilde{P}_\alpha Y_n^\alpha \right\} \quad (6)$$

$\tilde{P}_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+) b_{-k,\lambda}^+ (b_{k,\lambda})$  – операторы рождения (уничтожения) фононов.

3. Из уравнения Ларкина для функции Грина [6], получаем дисперсионное уравнение связанных МУ волн. Необходимо отметить, что это уравнение справедливо во всем температурном интервале, вплоть до температуры Кюри, а также при произвольных значениях материальных констант.

Проанализируем дисперсионное уравнение для наиболее интересного случая, когда волновой вектор  $\vec{k} \parallel OY$ . В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются  $e_1^y, e_1^x, e_1^z$ , а уравнение распадается на два, по отдельности определяющих спектры “продольных” и “поперечных” колебаний, соответственно

Рассмотрим случай низких температур ( $T \ll T_c$ ). При этом можно ограничиться учетом лишь нижайшего энергетического уровня.

Ферромагнитная (ФМ) фаза в которой может находиться исследуемая система устойчива в двух случаях: 1.  $\beta_3 > \beta_1 > \beta_2$ ; 2.  $\beta_1 > \beta_3 > \beta_2$ . Эти два случая соответствуют вращению магнитного поля: в первом случае поле перпендикулярно легкой оси; а во втором – перпендикулярно легкой плоскости. Рассмотрим подробнее эти две ситуации.

Исследуем случай, когда константы ОА связаны соотношением  $\beta_3 > \beta_1 > \beta_2$ . При этом магнитное поле параллельно “средней” оси намагничивания. Решая дисперсионное уравнение, получим спектры “продольных” и “поперечных” ветвей возбуждений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\parallel}(\mathbf{k}) &= \sqrt{E_{1-1}(E_{1-1} + 2J(\mathbf{k})\sin^2 2\tilde{\theta})}; \\ \omega_{\parallel}^2(\mathbf{k}) &= \omega_1^2(\mathbf{k}) \frac{E_{1-1} + 2J(\mathbf{k})\sin^2 2\tilde{\theta} + 2a_0 \cos^2 2\tilde{\theta}}{E_{1-1} + 2J(\mathbf{k})\sin^2 2\tilde{\theta}}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp}(\mathbf{k}) &= \sqrt{[E_{10} + J(\mathbf{k})(1 + \sin 2\tilde{\theta})][E_{10} + J(\mathbf{k})(1 - \sin 2\tilde{\theta})]}; \\ \omega_{\perp}^2(\mathbf{k}) &= \omega_{\tau}^2(\mathbf{k}) \frac{E_{10} + J(\mathbf{k})(1 - \sin 2\tilde{\theta}) + a_1(1 + \sin 2\tilde{\theta})}{E_{10} + J(\mathbf{k})(1 - \sin 2\tilde{\theta})}; \end{aligned} \quad (9)$$

где  $E_{ij} = E_i - E_j$ , ( $i, j = 1, 0, -1$ );  $a_0 = \frac{v_0^2}{2\mu}$ ,  $a_1 = \frac{v_1^2}{2\mu}$ ,  $\omega_1(\mathbf{k})$  и  $\omega_{\tau}(\mathbf{k})$  - спектры продольно и поперечно поляризованных невзаимодействующих звуковых волн, соответственно.

В случае малой ОА, мы возвращаемся к хорошо изученному случаю слабо анизотропного легкоосного ФМ [1,4].

Наиболее интересной представляется ситуация, когда константы ОА сравнимы или даже превосходят константу обменного взаимодействия.

Аñèè  $\tilde{\beta} > J_0, H$ , среднее значение намагниченности будет меньше максимально возможного значения  $\langle S^z \rangle = 1$ , и определяется выражением:  $\langle S^z \rangle \approx H/\tilde{\beta}$ . Причиной этого уменьшения является вид операторов ОА и МУ-связи в гамильтониане исследуемой системы, связывающие состояния  $|1\rangle$  и  $|-1\rangle$  так, что основное состояние кристалла является их суперпозицией. Чем больше величина  $\tilde{\beta}$ , тем больший вклад вносит состояние  $|-1\rangle$ , что и приводит к уменьшению  $\langle S^z \rangle$ .

Как показывает анализ спектров связанных МУ волн, в этом случае не существует значений магнитного поля, при которых бы квазифононная ветвь размягчалась. Это означает, что система не испытывает ОФП, а  $\langle S^z \rangle$  остается все время параллелен оси OZ и уменьшается по модулю по мере уменьшения величины магнитного поля H.

Рассмотрим второй случай, когда константы ОА связаны соотношением  $\beta_1 > \beta_3 > \beta_2$ . При этом магнитное поле параллельно “тяжелой” оси намагниченности.

Исследуем теперь спектры связанных магнитоупругих волн в сильно анизотропном двухосном ФМ ( $\beta_1 \gg J_0$ ). Как показано в работах [1,2,3], когда энергия одноионной анизотропии сравнивается с обменной энергией, кроме ФМ и квадрупольно-ферромагнитной (КФМ) фаз, возможно появление новых фаз с тензорным параметром порядка (КУ фаз).

Предположим, что при полях  $H_{c2}$  и  $H_{c3}$  происходит ОФП из КУ-фазы в квадрупольно-ферромагнитную (КФМ) (угловую), и из КФМ- в ферромагнитную (ФМ).

Исследуем спектры связанных МУ волн в двух указанных интервалах полей:  $H < H_{c2}$  и  $H > H_{c3}$ .

При  $H > H_{c3}$  средняя намагниченность направлена по полю. Основным состоянием в этом случае является  $\tilde{\Psi}_n(1)$ , а нижайшим энергетическим уровнем -  $E_1$ . Величина среднего магнитного момента  $\langle S \rangle \approx 1$ .

Спектр квазифононов в этой фазе имеет вид:

$$\omega_{\perp}^2(\mathbf{k}) = \omega_{\tau}^2(\mathbf{k}) \frac{\alpha k^2 + H - H_{c3}}{\alpha k^2 + H - H_{c3} + a_1}, \quad (9)$$

и в длинноволновом пределе при  $H = H_{c3} = \beta = (2\beta_1 - \beta_3 - \beta_2)/4$  - размягчается. В спектре квазимагнонов (при  $H = H_{c3}$ ) появляется МУ щель:

$$\varepsilon_{\perp}(0) = \sqrt{2a_1 I_0 \tilde{\beta} / \beta}. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь спектр МУ волн при  $H < H_{c2}$ . В этом случае происходит инверсия энергетических уровней, и как следует из (4), нижайшим уровнем магнитного иона является  $E_0$ , а основное состояние описывается функцией  $\psi_n(0)$ .

Для спектра  $\tau$ - поляризованных квазифононов получаем:

$$\omega_{\perp}^2(\mathbf{k}) = \omega_{\tau}^2(\mathbf{k}) \frac{\alpha k^2 + H_{c2}^2 - H^2}{\alpha k^2 + H_{c2}^2 - H^2 + \tilde{a}_1}, \quad (11)$$

где:  $\tilde{a}_1 = 2a_1(\beta - \tilde{\beta} - 2I_0)$ ,  $H_{c2} = \sqrt{(\beta + \tilde{\beta} - 2a_1)(\beta - \tilde{\beta} - 2I_0)}$ . При  $H = H_{c2}$  в спектре квазимагнонов появляется МУ щель:  $\varepsilon_{\perp}(0) = \sqrt{2a_1 I_0 \tilde{\beta} (\beta - \tilde{\beta})} / \beta$ .

Как видно из (9), (11), при  $H = H_{c3}$  система претерпевает фазовый переход из ФМ- в угловую (квадрупольно-ферромагнитную (КФМ)) фазу, а при  $H = H_{c2}$ , из КУ-фазы в КФМ.

4. Рассмотрим теперь случай ( $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ ), когда магнитное поле произвольно направлено в плоскости ZOХ иа оáëйй  $\alpha \hat{e} \hat{i}n\hat{e}$  OZ. Предельные случаи такой геометрии рассмотрены выше  $\left( \alpha = 0, \alpha = \frac{\pi}{2} \right)$ . Предполагается, что ОА велика

( $\tilde{\beta} > J_0$ ). Повернем систему координат вокруг оси  $OY$  на угол  $\alpha$  так, чтобы новая ось квантования  $OZ'$  была параллельна вектору намагниченности. В этой локальной системе координат введем новые спиновые операторы  $\tilde{S}_n^x, \tilde{S}_n^y, \tilde{S}_n^z$ , в терминах которых гамильтониан (2) равен:

$$H_0(n) = -\tilde{H}\tilde{S}^z + \frac{B_1}{2}(\tilde{S}^z)^2 + \frac{\beta_2}{2}(\tilde{S}^y)^2 + \frac{B_3}{2}(\tilde{S}^x)^2 + \frac{\beta_3 - \beta_1}{4} \sin 2\alpha (\tilde{S}^z \tilde{S}^x + \tilde{S}^x \tilde{S}^z), \quad (12)$$

$$\text{где } B_1 = \beta_1 \cos^2 \alpha + \beta_3 \sin^2 \alpha; B_3 = \beta_1 \sin^2 \alpha + \beta_3 \cos^2 \alpha. \quad (13)$$

Выражение (12) формально отличается от одноузельного гамильтониана (2) без учета МУ связи наличием последнего слагаемого, пропорционального  $\sin 2\alpha$ , при формальной замене  $\beta_1 \rightarrow B_1$  и  $\beta_3 \rightarrow B_3$ . Фазовая диаграмма системы в рассматриваемом случае при низких температурах ( $T \ll T_c$ ) приведена на рис. 1.

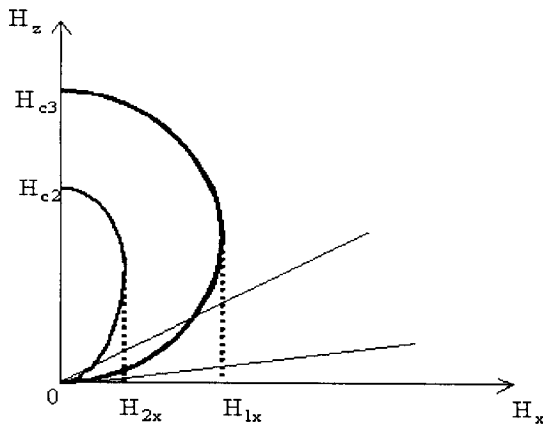


Рис. 1. Фазовая диаграмма двухосного сильно анизотропного ферромагнетика при произвольной ориентации внешнего магнитного поля.

Линия 1 разделяет ФМ и КФМ фазы. Эта линия проходит через точки  $H_{c3}$ ,  $H_{1x} = \frac{4}{9}(H_{c3})^{3/2}$ , а касательная к этой линии в точке  $O$  определяется уравнением:  $\cos 2\alpha = -\frac{J_0}{\beta'}$ , где

$$\beta' = \frac{\beta_1 - \beta_3}{4}. \text{ В случае, когда } \cos 2\alpha < -\frac{J_0}{\beta'} \text{ система находится в}$$

ФМ-фазе, и лишь в точке  $O$  переходит в КУ-фазу, причем не путем поворота вектора намагниченности, а уменьшением его модуля до нуля.

Линия 2 разделяет КФМ и КУ фазы. Эта линия проходит через точки  $H_{c2}$ ,

$$H_{2x} = \sqrt{p \left( \frac{\beta_1(1-p) + \beta_3 p - \beta_2}{2} - 4a_1 \right) (\beta'(1-2p) - J_0)}, \quad p = \frac{1}{8} \frac{\beta_1 + \beta_3 - 2\beta_2}{\beta_1 - \beta_2},$$

а уравнение касательной к линии 2 в точке  $O$  имеет вид:

$$\cos 2\alpha = \frac{J_0}{\beta'}. \text{ Если } \alpha \text{ удовлетворяет неравенству } -\frac{J_0}{\beta'} < \cos 2\alpha < \frac{J_0}{\beta'}, \text{ то система}$$

может находиться как в ФМ так и в КФМ фазе, в зависимости от величины внешнего магнитного поля.

Если же  $\cos 2\alpha > \frac{J_0}{\beta}$ , то система может находиться в любой из трех фаз (ФМ,

КФМ и КУ) в зависимости от величины поля. Необходимо отметить, что на линиях 1 и 2 система испытывает фазовые переходы второго рода, причем “мягкой” модой является поперечно поляризованная квазифононная ветвь, а в квазимагнитной ветви возбуждений появляется МУ щель.

5. Проведенные исследования показывают, что двухосные ФМ обладают рядом специфических особенностей по сравнению с одноосными. Особый интерес представляет случай сильно анизотропных магнетиков. В этом случае возможна реализация фазы с тензорным параметром порядка. Фазовая диаграмма таких систем не имеет аналогов в одноосных магнетиках. Реализация ФМ, КФМ и КУ фаз, а также величины соответствующих критических параметров зависят от направления внешнего магнитного поля.

#### Литература

1. Мицай Ю.Н., Фридман Ю.А., ФТТ, **32**, 8, 361 (1990).
2. Онуфриева Ф.П., ФТТ, **26**, 1, 3435 (1984).
3. Локтев В.М., Островский В.С., ФНТ, **20**, 10, 983 (1994).
4. Туров Е.А., Шавров В.Г., УФН, **140**, 3, 429 (1983).
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Статистическая физика. М: Наука (1975).
6. Изюмов Ю.А., Скрыбин Ю.Н. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М.: Наука (1987).