

ОРБИТАЛЬНЫЙ УГЛОВОЙ МОМЕНТ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МНОГОМОДОВЫХ ВОЛОКНАХ

К. Н. Алексеев, А. Н. Алексеев, А. В. Воляр, доктор физико-математических наук, профессор, Ю. А. Фридман, кандидат физико-математических наук, доцент

1. Введение

Традиционно считается, что электромагнитные волны оптического диапазона переносят количество движения (электродинамический импульс), которое относительно просто можно преобразовать в механический импульс (давление света) [1].

Более сложно трактуется вопрос о переносе световым пучком момента количества движения. Так, спину фотона (поляризация света) приписывался собственный момент количества движения. Еще в работе [2] было показано, что циркулярно поляризованный световой пучок может закручивать образцы, изготовленные из поглощающих материалов. Однако величина такого потока момента импульса очень мала. Например, циркулярно поляризованное 10 мВт излучения He-Ne лазера имеет поток момента импульса порядка 10^{18} Нм.

Интерес к этому явлению резко возрос, когда в работе [3] была показана принципиальная возможность использования лазерных пучков в оптических ловушках микрочастиц, размером 1-3 мкм.

Вскоре [4] эти пучки были использованы в оптических пинцетах, способных перемещать частицы в трех направлениях (an optical tweezer) и сообщать этим частицам заданное вращательное движение (an optical spanner) [6].

Такие универсальные свойства лазерное излучение приобрело вследствие выделения из полного поля лазерного резонатора, так называемых пучков Лаггера-Гаусса. Эти пучки имеют на своей оси особенность типа ветвления, а их волновой фронт представляется в виде винтовой поверхности – прямого геликоида.

В работе [7] было показано, что момент импульса пучка Лаггера-Гаусса (в дальнейшем мы будем использовать общепринятое понятие – угловой момент) можно разделить на собственно орбитальную и зависящую от поляризации части. Собственно орбитальная часть углового момента определяется свойствами геликоидального волнового фронта пучка.

В отличие от пучков в свободном пространстве собственные моды оптических волокон в процессе распространения формируют поля, называемые оптическими вихрями [8,9], аналогичные по свойствам лазерным пучкам Лаггера-Гаусса. В многомодовых волокнах существует два типа оптических вихрей: устойчивые CV вихри (a circular vortex) и неустойчивые IV вихри (an instability vortex).

В этой работе мы не будем касаться электродинамических свойств оптических вихрей многомодового волокна.

Наша цель – изучить основные процессы преобразования углового момента оптических вихрей волокна в механический момент импульса микрочастиц на выходе волокна и оценить величину момента импульса излучения в волокне для устойчивых вихрей.

2. ПОТОК МОМЕНТА ИМПУЛЬСА CV-моды.

Плотность момента импульса электромагнитного поля в веществе [10] может быть представлена в виде:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{\ddot{A}} \times \vec{\dot{A}}. \quad (1)$$

Для монохроматических полей среднее по времени значение \vec{M} может вычисляться [11] по формуле:

$$\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \vec{r} \times \vec{D}^* \times \vec{B}. \quad (2)$$

Непосредственное вычисление показывает, что для собственных мод уравнений Максвелла в цилиндрическом ступенчатом световоде [12] $\langle M_z \rangle \equiv 0$. Однако существуют линейные суперпозиции собственных мод, для которых $\langle M_z \rangle \neq 0$. В качестве примера такой суперпозиции мы рассмотрим моду

$$CV_{\pm 1}^{\pm} = HE_{im}^{od} \pm iHE_{im}^{ev},$$

индекс *od* и *ev* указывает на четную и нечетную HE_{im} моду соответственно.

При изучении возможности экспериментально доказать наличие у излучения в волокне *z*-компоненты момента импульса выясняется, что в зависимости от идеи экспериментальной проверки не всегда бывает достаточно знать локальный или интегральный момент импульса излучения.

Например, устойчивый *CV* вихрь волокна не изменяет величину *z*-компоненты момента импульса [14] в процессе распространения. Но из этого вовсе не следует, что для всех полей в волокне $M_z = \text{const}$.

Так, неустойчивый вихрь *IV* может изменять в процессе распространения нормированную величину M_z от +1 до -1. Из этого следует необходимость использования в качестве интеграла движения некоторую обобщенную характеристику светового поля [17].

В частности, важной характеристикой излучения в волокне является поток момента импульса через поперечное сечение световода. Как известно [10], тензор плотности потока момента импульса имеет вид:

$$\ddot{I}_{ik} = \varepsilon_{imn} \mathbf{r}_m T_{nk}, \quad (3)$$

где ε_{imn} - абсолютно асимметричный тензор, T_{nk} - максвелловский тензор натяжений

$$T_{nk} = E_n D_k + H_n B_k - \frac{1}{2} \delta_{nk} (\vec{E}\vec{D} + \vec{H}\vec{B}). \quad (4)$$

Поток момента импульса через поверхность можно интерпретировать в контексте как момент силы \vec{K} , действующий на эту поверхность:

$$K_i = \iint_S \ddot{I}_{ki} dS_k. \quad (4')$$

Следуя Пойнтингу [13], поместим на пути вышедшего из волокна излучения зеркальную пластинку или другой объект, изменяющий направление распространения излучения. Действующий на этот объект суммарный момент силы определим как разность потоков момента импульса падающего и отраженного излучения. Пусть полный поток момента импульса

вышедшего из волокна излучения есть \vec{K} (ось Oz направлена по оси волокна). Если на оси Oz на пути распространения излучения поставить зеркальную пластинку (или ее аналог) с единичным вектором внешней нормали \vec{n} , то момент силы \vec{R} , действующий на пластину со стороны излучения равен:

$$\vec{R} = 2(\vec{K}\vec{n})\vec{n}. \quad (5)$$

При этом мы считаем коэффициент отражения равным 1. При усреднении \vec{R} по времени мы должны пользоваться рецептурой (2) усреднения квадратичных слагаемых по полям. Средний поток момента импульса через поперечное сечение волокна $\langle K_z \rangle$ равен:

$$\langle K_z \rangle = \iint_S \langle \vec{i}_{13} \rangle dS_3,$$

где $dS_3 = dx dy$, S - поперечное сечение волокна.

Вычисления показывают, что для CV мод $\langle \vec{i}_{13} \rangle = \langle \vec{i}_{23} \rangle = 0$, поэтому отлична от нуля только z-компонента потока момента импульса $\langle K_z \rangle$. В выражение для P_{33} входят T_{13} и T_{23} , которые есть сумма произведений тангенциальных и нормальных компонент полей. Как известно [17] на границе раздела сред такие комбинации непрерывны, поэтому z-компонента потока момента импульса не изменяется при выходе излучения из волокна.

Из (5) для CV мод следует:

$$\langle \vec{R} \rangle = 2\langle K_z \rangle \cos\Theta \vec{n},$$

где Θ - угол между \vec{n} и Oz. Если в силу методики эксперимента удастся измерять только z-компоненту крутящего момента, для $\langle R_z \rangle$ получаем окончательно:

$$\langle R_z \rangle = 2\langle K_z \rangle \cos^2\Theta. \quad (6)$$

Для получения «транспортной» характеристики волокна по отношению к пропусканию момента импульса CV вихря надо разделить $\langle K_z \rangle$ на среднюю z-компоненту вектора потока энергии $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ через поперечное сечение волокна.

Вычисления дают:

$$\frac{\langle K_z \rangle}{\langle S_z \rangle} = \frac{\sqrt{2\Delta}}{vnc} (\epsilon + n^2 \mu)(1 + l)r_0, \quad (7)$$

где $\Delta, v, n, \epsilon, \mu$ - материальные константы, определенные структурой волокна [12], c - скорость света, r_0 - радиус сердцевины оптического волокна. При мощности излучения P величина $\langle R_z \rangle$ равна:

$$\langle R_z \rangle = 2P \frac{\langle K_z \rangle}{\langle S_z \rangle} \cos^2\Theta.$$

При получении (7) мы пренебрегли отличием материальных констант оболочки и сердцевины. Вычисления дают для P=10 мВт :

$$\frac{\langle K_z \rangle}{\langle S_z \rangle} = 9.8 \cdot 10^{-18} \text{ Нм.}$$

3. МЕХАНИЗМЫ НАВЕДЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО МОМЕНТА.

Любая экспериментальная схема обнаружения момента импульса излучения с неизбежностью основывается на взаимодействии излучения и вещества. В основном, как в предложенной выше схеме, о наличии орбитального углового момента излучения судят по создаваемому им механическому вращательному моменту, действующему на пробное тело [2]. Однако далеко не всегда подобное механическое воздействие излучения свидетельствует о наличии у излучения углового момента. Это связано с тем, что вращательный момент определяется как поток момента импульса через поверхность тела, а поток может быть отличен нуля и при тождественно равному векторе Пойнтинга \vec{S} !

В качестве примера рассмотрим классическую модель взаимодействия оптических электронов с излучением: осциллятор с затуханием в поле монохроматической волны [14].

Пусть напряженность электрического поля световой волны с частотой ω равна:

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$, где $\vec{A}_0 = \vec{A}_1 + i\vec{A}_2$, \vec{A}_1 и \vec{A}_2 — постоянные действительные векторы. Запишем уравнение движения осциллятора в поле такой волны, пренебрегая пространственной дисперсией и силой Лоренца:

$$\ddot{\vec{r}} + 2\gamma \dot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (8)$$

где ω_0 - собственная частота осциллятора, γ - коэффициент затухания, e , m - заряд и масса электрона.

Определим средний по времени момент диссипативных сил как $\langle \vec{E} \rangle = \langle -2\gamma m \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \rangle$, а среднюю мощность диссипативных потерь как $\langle N \rangle = \langle -2\gamma m \dot{\vec{r}}^2 \rangle$. Решая (8) получаем для

отношения $\frac{\langle \vec{E} \rangle}{\langle N \rangle}$:

$$\frac{\langle \vec{E} \rangle}{\langle N \rangle} = \pm \frac{2}{\omega} \frac{\vec{E}_1 \times \vec{E}_2}{E_1^2 + E_2^2}. \quad (9)$$

Если \vec{A} - циркулярно поляризованная волна с волновым вектором вдоль Oz, из (9) следует $\langle K_z \rangle = \pm \frac{1}{\omega} \langle N \rangle$, где знак зависит от поляризации. Таким образом, не обладающая орбитальным моментом бесконечная плоская циркулярно поляризованная волна передает веществу угловой момент $\langle \hat{I}_z \rangle$, пропорциональный рассеянной энергии $\langle W \rangle$.

В квантовой теории это связывается с наличием у циркулярно поляризованного фотона спина $\pm \hbar$.

В теории оптических переходов [16] показывается, что при облучении атома циркулярно поляризованным светом в нем в дипольном приближении индуцируются переходы с изменением

магнитного квантового числа m на ± 1 . А это отвечает изменению z -компоненты вектора момента импульса атома на $\pm \hbar$. Таким образом, при поглощении атомом кванта с частотой ω $\Delta M_z = \pm \frac{1}{\omega} \Delta W$, где $\Delta W = \hbar\omega$, т.е. поглощение энергии ΔW сопряжено с изменением M_z на $\pm \frac{1}{\omega} \Delta W$.

Покажем, что при классическом рассмотрении этот эффект можно связать со спиновым угловым моментом электромагнитного поля.

Как известно [15], пространственная плотность вектора спина S_i определяется по формуле:

$$S_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \left(A_k \frac{\partial A_j}{\partial t} - A_j \frac{\partial A_k}{\partial t} \right), \quad (10)$$

где \vec{A} - векторный потенциал.

Если $\vec{A}_0 = \vec{A}_1 + i\vec{A}_2$ и на \vec{A} наложена кулоновская калибровка из (10) следует выражение для вектора плотности спина \vec{S} суперпозиции бесконечных плоских линейно поляризованных волн:

$$\vec{S} = \pm \frac{1}{\omega} \vec{A}_1 \times \vec{A}_2. \quad (11)$$

Сравнивая (9) с (11) убеждаемся, что приведенный такой волной момент силы пропорционален вектору плотности классического спинового момента поля:

$$\langle \vec{K} \rangle = \pm \frac{\vec{S}}{w} \langle N \rangle, \quad \text{где } w - \text{плотность энергии электромагнитной волны.}$$

Это, отнюдь, не означает в данном случае трансформацию спинового момента в орбитальный. Согласно общей теории [15] в классическом векторном поле спиновый и орбитальный моменты сохраняются по отдельности. То же справедливо для системы вещество+поле: суммарный орбитальный момент вещества и поля не может измениться за счет изменения спинового момента поля. В данном примере наличие трения приводит к отставанию по фазе вектора дипольного момента осциллятора \vec{d} от вектора \vec{E} . Иными словами, возникает постоянный механический момент $\vec{d} \times \vec{A}$, который по своей сути имеет электростатическую природу и не связан с наличием у волны орбитального углового момента.

Отметим, что конечная причина возникновения механического момента в этом случае та же, что и в опытах Бета [2]: в двулучепреломляющих пластинах механический момент возникает из-за неколлинеарности \vec{E} и вектора поляризации [7]. Однако из-за электростатической природы такого появления момента силы можно говорить о передаче момента импульса излучения веществу лишь в широком смысле. При этом передача момента импульса веществу происходит за счет убыли первоначально нулевого момента импульса поля.

Говоря об экспериментальном обнаружении передачи момента импульса веществу посредством оптических электронов следует отметить, что при этом определяющую роль играет электрон-решеточное взаимодействие. При рассмотрении уединенного атома обычно принято связывать коэффициент γ в (8) с наличием лучистого трения [14].

Однако само по себе лучистое трение, будучи проявлением рассеяния электромагнитной волны не может отвечать за изменение момента импульса образца. Поэтому основной вклад в формирование феноменологической константы γ должны давать эффекты взаимодействия оптических электронов с коллективными возбуждениями образца: фононами и т.п.

Роль механизмов передачи момента импульса электронов решетке тем более возрастает, если вспомнить, что в некоторых случаях момент импульса электронной подсистемы вообще не передается решетке (ср. объяснение диамагнетизма).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Световое поле вихрей оптического волокна переносит угловой момент импульса. В слабо направляющих волокнах оказывается невозможным выделить из общего углового момента импульса орбитальный и спиновый моменты. Однако по своему проявлению в процессе трансформации углового момента поля в механический момент можно говорить об изолированном действии, как орбитального, так и спинового моментов. Величина орбитального момента тем больше, чем выше величина топологического заряда вихря. В процессе передачи углового момента импульса веществу существенную роль играют поляризационные свойства света — спиновый момент импульса. Роль спинового момента повышается, если в процессе взаимодействия излучения и вещества доминируют диснационные механизмы. Заметим, что эллиптически поляризованные поля не имеющие орбитального момента (аналоги полей Эрмита-Гаусса в свободном пространстве) могут индуцировать вращательный механический момент вещества. Орбитальный момент импульса главным образом проявляется в измерительных схемах, связанных с отражением (с изменением направления вектора Пойнтинга).

Особо подчеркнем, что для оптических волокон в качестве интеграла движения нельзя использовать требования постоянства z-компоненты углового момента. В уравнении непрерывности для оптических полей волокон требуется оперировать с более общим понятием — потоком момента импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фабрикант УФН, 42,2 1950
2. R. Beth. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. Pys. Rev. 1936, 50 (115) p. 115-125.
3. S. Chang, S.S. Zee. Optical torque exerted on homogeneous sphere levitated in the circular polarized fundamental-mode laser beam. J. Opt. Soc. Amer, B, 1985, 2(II), p. 1853-1857.
4. H. He, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop. Optical partial trapping with higher order doughnut beams produced using high efficiency computer generated phase holograms. J. Mod. Opt., 1994, 42(I), p 217-223.
5. M.E.S. Friese, H. He, N.R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop. Transfer of angular momentum to absorbing particles from a laser beam with phase singularity. SPIE-proceeding, 1995, V.2792, p. 190-192.
6. N.B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, M.J. Padgett. Mechanical equivalence of the spin and orbital angular momentum of light: optical spanners. Physics UNISID 1996, 17/07.

7. L Allen, M.W. Beijersbergen, R.J. Spreeuw, J.P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre-Gaussian laser mode. Physical Rev. A. v45, №11, 1992, p. 8185-8189.
8. А. В. Воляр, Е. А. Фадеева. Вихревая природа мод оптического волокна: I. Структура собственных мод. Письма в ЖТФ, т.22, в8. 1996, с. 57-62.
9. А. В. Воляр, Е. А. Фадеева. Вихревая природа мод оптического волокна: II. Распространение оптических вихрей. Письма в ЖТФ, т.22, в8. 1996, с. 63-67.
10. Ю. В. Новожилов, Ю. А. Яппа "Электродинамика", М., "Наука", 1978 г.
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц "Теория поля", М., "Наука", 1973 г.
12. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М: радио и связь. 1987. 656 с.
13. J.N. Poynting, Proc. R. Soc. London, ser. A, 82, 560, 1909.
14. В. Гайтлер "Квантовая теория излучения", М., 1940 г.
15. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков "Введение в теорию квантовых полей", М., "Наука". 1984 г
16. Д. И. Блохинцев "Основы квантовой механики", М., "Наука". 1983 г.
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц "Электродинамика сплошных сред", М., "Наука", 1982 г.